

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1987/88

MKT261 - Kaedah Statistik Gunaan

Tarikh: 4 April 1988

Masa: 2.15 ptg. - 5.15 ptg.
(3 jam)

Jawab LIMA soalan; semua soalan mesti dijawab dalam Bahasa Malaysia; Sifir Duncan dan berbagai rumus dilampirkan.

1. (a) Sembilan cerapan nilai pH di permukaan tanah dibuat pada setiap daripada dua tempat berbeza di sebuah ladang eksperimental MARDI, dan data berikut didapati:

Tempat	pH								
A	8.53	8.52	8.01	7.99	7.93	7.89	7.85	7.82	7.80
B	7.85	7.73	7.58	7.40	7.35	7.30	7.27	7.27	7.23

$$\begin{aligned} \sum Y_{Aj} &= 72.34 & \sum Y_{Aj}^2 &= 582.1034 \\ \sum Y_{Bj} &= 66.98 & \sum Y_{Bj}^2 &= 498.883 \end{aligned}$$

Ujikan sama ada min sebenar nilai pH tanah berbeza bagi dua tempat itu. Gunakan $\alpha = .05$. Nyatakan sebarang anggapan diperlukan bagi kesahan ujian anda.

(50/100)

- (b) Dalam suatu eksperimen dilaporkan di dalam kertas "Emotional Attributes of Color: A Comparison of Violet and Green" (Perceptual and Motor Skills, 1971, Pp. 403 -406), 14 orang didedahkan kepada cahaya dengan warna ungu dan hijau yang berselang-seli. Tempoh-tempoh masa yang mana orang-orang itu didedahkan dengan setiap jenis cahaya ialah 60 saat, dan jumlah tempoh masa eksperimen bagi setiap orang ialah 6 minit.

Balasan kulit galbanik semasa 12 saat yang pertama pendedahan diukurkan dan dipuratakan bagi selang-selang pendedahan. Hasil-hasil didapati ditunjukkan di bawah:

.../2

Orang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ungu	3.0	3.7	4.0	3.2	3.6	3.5	4.2	3.8	3.7	3.4	3.6	3.8	3.4	3.4
Hijau	2.2	2.7	3.1	2.9	3.3	2.6	2.9	2.8	3.2	2.5	3.5	3.0	2.3	3.5

Dapatkan suatu selang keyakinan 95% bagi beza min sebenar balasan kulit galbanik untuk cahaya ungu dan cahaya hijau.

Nyatakan sebarang anggapan yang diperlukan bagi kesahan jawapan anda.

(50/100)

2. Eksperimen berikut direkabentuk untuk membandingkan 4 bentuk pelalian : A, B, C, D. Daripada suatu kumpulan yang terdiri daripada 24 ekor monyet semacam, suatu umpukan rawak yang terdiri daripada 6 ekor monyet kepada setiap pelalian A, B, C, D dibuat. Setiap monyet menerima pendorong, yang menghidupkan saraf, yang sama dan masa-masa direkodkan (dalam minit-minit) untuk debar jantung membalik normal adalah diberikan di bawah:

Jenis pelalian	Cerapan-cerapan	Jumlah	Min sampel
A	6, 2, 5, 4, 6, 7	30	5.0
B	10, 8, 11, 7, 7, 9	52	8.7
C	3, 7, 6, 4, 8, 6	34	5.7
D	10, 4, 6, 6, 7, 8	41	6.8

$$\sum \sum y_{ij}^2 = 1141, \quad y_{..} = 157$$

- (a) Dirikan suatu jadual analisis varians.
- (b) Adakah wujudnya suatu beza bererti dalam kesannya bagi empat bentuk pelalian itu? Gunakan $\alpha = .05$.
Nyatakan secara jelasnya mana-mana anggapan yang anda telah buat.
- (c) Gunakan ujian Duncan dengan $\alpha = .05$ untuk membuat perbandingan di antara pasangan-pasangan min.
- (d) Binakan suatu set kontras berortogon yang sesuai bagi pelalian-pelalian itu dan tafsirkan kontras-kontras itu.
Hitungkan min kuasa-dua bagi setiap kontras.
Adakah sebarang kontras-kontras ini dipertimbangkan besar secara bererti pada $\alpha = .05$? Tafsirkan hasil-hasil anda.

(100/100)

.../3

3. (a) Seorang penyelidik ingin mengujikan kesannya bagi dadah-dadah A dan B atas bilangan "lymphocytes" dalam tikus-tikus dengan membandingkan A, B dan placebo P. Kerana tikus-tikus dari seperindukan yang sama mungkin lebih homogen dalam balasannya, beliau memutuskan untuk menggunakan suatu rekabentuk blok rawakan dengan tikus-tikus seperindukan dipertimbangkan sebagai blok-blok. Beliau memilih 4 blok dan dalam setiap blok tikus-tikus seperindukan itu diumpukan secara rawak kepada tiga rawatan itu. Keputusan-keputusan (selepas pengkodan dengan penolakan 5) adalah ditunjukkan di bawah, di mana bilangan "lymphocytes" diungkapkan dalam ribu per kubik milimeter darah:

Rawatan \ Blok	Blok			
	1	2	3	4
P	0	-1	2	1
A	1	0	2	2
B	0	-1	1	0

- (i) Adakah terdapat perbezaan di antara rawatan-rawatan itu? Gunakan $\alpha = .05$.
- (ii) Dapatkan suatu selang keyakinan 95% bagi beza di antara min bilangan "lymphocytes" bagi dadah A dan dadah B. Bolahkah anda menyimpulkan dadah A dan dadah B berbeza terhadap kesannya atas min bilangan "lymphocytes" dalam darah tikus-tikus? Gunakan $\alpha = .05$.
- (iii) Nyatakan sebarang anggapan yang digunakan.

(50/100)

- (b) Lima paras dari sejenis baja telah dipergunakan kepada padi dalam suatu 5 x 5 segiempat sama Latin. Jumlah hasilnya dalam lima plot dari setiap paras ialah:

Paras baja	1	2	3	4	5
Jumlah hasilnya	2	14	26	30	28

.../4

(i) Lengkapkan jadual analisis varians yang berikut:

Sumber variasi	Hasiltambah kuasadua	Darjah kebebasan	Min kuasadua	F
Baris	100			
Lajur	80			
Rawatan				
Ralat	180			
Jumlah				

(ii) Adakah min hasil sama bagi kelima-lima paras baja? Gunakan $\alpha = .05$.

(iii) Nyatakan sebarang anggapan yang digunakan.

(50/100)

4. (a) Hasil dari suatu proses kimia dikajikan. Dua faktor yang paling penting ialah tekanan dan suhu. Tiga paras dari setiap faktor telah dipilih dan suatu eksperimen faktorial rawakan lengkap dijalankan. Data berkenaan dengan hasilnya (dikodkan) adalah:

Tekanan \ Suhu	Tekanan		
	200	215	230
Rendah	-11, - 5	3, - 7	5, 9
	- 2, -10	3, 1	-1, 3
Sederhana	7, - 1	7, 5	-3, 10
	-13, 3	-4, -4	2, -9
Tinggi	12, 7	-8, -3	-8, -7
	3, 6	0, -13	-3, -10

(i) Adakah terdapat tindakan bersaling yang bererti? Gunakan $\alpha = .05$.

Dengan menggunakan data yang diberikan, tunjukkan secara bergraf kesan tindakan bersaling.

(ii) Bincangkan sama ada atau tidak kesan utama adalah menarik jika sekiranya kesan tindakan bersaling adalah besar.

(iii) Nyatakan sebarang anggapan yang digunakan.

[Anda boleh menggunakan maklumat yang berikut dalam perhitungan anda. Jumlah sel telah diberikan di bawah:

Tekanan \ Suhu	200	215	230	Jumlah
Rendah	-28	0	16	-12
Sederhana	- 4	4	0	0
Tinggi	28	-24	-28	-24
Jumlah	- 4	-20	-12	-36

Juga, $\sum \sum \sum Y_{ijk}^2 = 1628.$

(70/100)

- (b) Tiga puluh enam unit eksperimen adalah tersedia untuk mengujikan enam rawatan yang sama menarik perhatian, setiap unit diuntukkan satu rawatan sahaja.

Rekabentuk-rekabentuk yang mungkin adalah:

- (i) rekabentuk rawakan lengkap.
- (ii) rekabentuk blok rawakan lengkap, dan
- (iii) rekabentuk segiempat sama Latin.

Apakah pertimbangan-pertimbangan yang harus menentukan yang mana rekabentuk digunakan?

Berikan contoh-contoh untuk mengillustrasikan jawapan anda.

(30/100)

5. (a) Suatu eksperimen dijalankan untuk memperhatikan kesannya suatu tokokan dalam suhunya atas kekuatan suatu dadah antibiotik tertentu. Tiga bahagian antibiotik, setiapnya dengan berat satu aun disimpan bagi masa yang sama panjang pada setiap daripada suhu-suhu berikut: 30°, 50°, 70° dan 90°. Bacaan-bacaan kekuatan (Y) diperhatikan pada suhu (X) bagi kalaan eksperimen adalah:

Bacaan kekuatan	38	43	29	32	26	33	19	27	23	14	19	21
Suhu	30	30	30	50	50	50	70	70	70	90	90	90

.../6

$$\Sigma X = 720$$

$$\Sigma Y = 324$$

$$\Sigma X^2 = 49,200$$

$$\Sigma Y^2 = 9,540$$

$$\Sigma XY = 17,540$$

- (i) Tuliskan model bagi eksperimen ini.
- (ii) Lukiskan suatu gambarajah sebaran.
- (iii) Dapatkan garis regresi sampel bagi Y diberikan X.
- (iv) Plotkan garis regresi itu atas gambarajah sebaran.
- (v) Ujikan sama ada terdapat hubungan linear di antara Y dan X. Gunakan $\alpha = .05$.
- (vi) Anggarkan min kekuatan yang sepadan dengan suatu suhu 50° . Gunakan suatu selang keyakinan 90%.
- (vii) Nyatakan sebarang anggapan yang digunakan.

(60/100)

- (b) Untuk memeriksa kesannya dadah pelali dan dadah perangsang atas kecekapan pemanduan, 150 orang terpilih secara rawak diberikan salah satu daripada dadah pelali, dadah perangsang atau suatu placebo yang rupanya secaman dengan dadah-dadah di atas. Selepas penerimaan rawatan itu, para-peserta diberikan suatu set ujian kordinasi dan balasan serta bilangan kesilapan yang dibuat oleh setiap peserta direkodkan. Jadual berikut memberi jumlah bilangan kesilapan bagi keseluruhan ujian untuk ketiga-tiga kumpulan itu.

Jumlah bilangan kesilapan	0 - 5	6 - 10	11 - 15	Jumlah
Kumpulan				
Dadah perangsang	10	20	20	50
Dadah pelali	5	15	30	50
Placebo	25	15	10	50
				150

.../7

Berdasarkan pada data ini, bolehkah kita menyimpulkan bahawa kadar kesilapan adalah berbeza bagi tiga kumpulan itu? Gunakan $\alpha = .05$.

(40/100)

6. (a) Dalam kertas "An Ultracentrifuge Flour Absorption Method" (Cereal Chemistry, 1978, pp. 96 - 101), penulis-penulisnya mengkaji hubungan di antara serapan air bagi tepung gandum dan berbagai cirian tepung itu. Khususnya, penulis-penulis tersebut menggunakan suatu model regresi linear berganda untuk menghubungkan serapan y (%) dengan protin tepung (%) dan kerosakan kanji (unit Farrand). Datanya ditunjukkan di bawah:

x_1	x_2	y	x_1	x_2	y
8.5	2	30.9	12.9	24	47.0
8.9	3	32.7	12.0	25	46.8
10.6	3	36.7	12.9	28	45.9
10.2	20	41.9	13.1	28	48.8
9.8	22	40.9	11.4	32	46.2
10.8	20	42.9	13.2	28	47.8
11.6	31	46.3	11.6	35	49.2
12.0	32	47.6	12.1	34	48.3
12.5	31	47.2	11.3	35	48.6
10.9	28	44.0	11.1	40	50.2
12.2	36	47.7	11.5	45	49.6
11.9	28	43.9	11.6	50	53.2
11.3	30	46.8	11.7	55	54.3
13.0	27	46.2	11.7	57	55.8

Perhitungan di bawah juga dibuat:

$$\begin{aligned}
 n &= 28 & \Sigma X_{j1} &= 322.3 & \Sigma X_{j2} &= 829.0 \\
 \Sigma X_{j1}^2 &= 3746.4 & \Sigma X_{j2}^2 &= 29,327.0 & \Sigma X_{j1} X_{j2} &= 9746.6 \\
 \Sigma y_j &= 1287.4 & \Sigma y_j^2 &= 60,035.12 & \Sigma X_{j1} y_j &= 14,940.06 \\
 \Sigma X_{j2} y_j &= 40,016.0 & & & & \\
 \text{Juga, } \hat{\beta}_0 &= 19.44495 & \hat{\beta}_1 &= 1.44176 & \hat{\beta}_2 &= 0.33566
 \end{aligned}$$

.../8

- (i) Tuliskan persamaan regresi linear berganda sampel yang didapati.
- (ii) Apakah peratus serapan air yang dijangka jika peratus protin tepung ialah 10% dan kerosakan kanji ialah 30 unit Farrand?
- (iii) Ujikan hipotesis

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$$

pada paras keertian 5%. Apakah penafsiran anda?

- (iv) Dapatkan nilai koefisien penentuan berganda, R^2 , dan nilai koefisien korelasi separa, $r_{y1.2}$. Berikan penafsiran anda.
- (v) Jika $SSR(\beta_0, \beta_1) = 402.373$ dan $SSR(\beta_0, \beta_2) = 754.620$, ujikan setiap hipotesis berikut:

(a) $H_0 : \beta_2 = 0$

(b) $H_0 : \beta_1 = 0$

pada paras keertian 5%. Berikan penafsiran anda.

(100/100)

BERBAGAI RUMUS (Tatatanda seperti di dalam nota kuliah)

- 1.
- Dua sampel tak bersandar
- (
- $n_1 < 25$
- atau
- $n_2 < 25$
-)

$$s_p^2 = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 + \sum_j (y_j - \bar{y})^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$= \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

- 2.
- Sampel berpasangan

$$s_d^2 = \frac{\sum_i (d_i - \bar{d})^2}{n - 1}$$

$$= \frac{\sum_i d_i^2 - \frac{(\sum d_i)^2}{n}}{n - 1}$$

- 3.
- Analisis varian satu hala

$$SST = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_i \frac{y_{i.}^2}{n_i} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSE = SST - SSA$$

Bagi sebarang kontras $L = \sum_i c_i y_{i.}$,

$$SSL = \frac{(\sum_i c_i y_{i.})^2}{(n \sum_i c_i^2)}$$

.../2

4. Rekabentuk blok rawakan

$$SST = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_i \frac{y_{i.}^2}{b} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSB = \sum_j \frac{y_{.j}^2}{a} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSE = SST - SSA - SSB$$

5. Rekabentuk segiempat sama Latin

$$SST = \sum_i \sum_j y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSR = \sum_i \frac{y_{i..}^2}{P} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSC = \sum_k \frac{y_{..k}^2}{P} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_j \frac{y_{.j.}^2}{P} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSE = SST - SSR - SSC - SSA$$

6. Rekabentuk faktorial (dua faktor)

$$SST = \sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_i \frac{y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSB = \sum_j \frac{y_{.j}^2}{an} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SS_{\text{sub-jumlah}} = \sum_i \sum_j \frac{y_{ij}^2}{n} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSAB = SS_{\text{sub-jumlah}} - SSA - SSB$$

$$SSE = SST - SS_{\text{sub-jumlah}}$$

7. Korelasi dan regresi linear mudah

$$r^2 = \frac{\sum_i x_i y_i - (\sum_i x_i)(\sum_i y_i)/n}{\sqrt{[\sum_i x_i^2 - (\sum_i x_i)^2/n][\sum_i y_i^2 - (\sum_i y_i)^2/n]}}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_i x_i y_i - (\sum_i x_i)(\sum_i y_i)/n}{\sum_i x_i^2 - (\sum_i x_i)^2/n}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

$$SSE = s_{yy} - \hat{\beta}_1^2 s_{xx}$$

$$= s_{yy} - \hat{\beta}_1 s_{xy}$$

$$s_{Y \cdot X}^2 = \frac{SSE}{n-2}$$

Anggaran ralat piawai bagi $\hat{\beta}_0$ ialah

$$\sqrt{\text{MSE} \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{s_{xx}} \right)}$$

Anggaran ralat piawai bagi $\hat{\beta}_1$ ialah

$$\sqrt{\text{MSE}/s_{xx}}$$

Selang peramalan $100(1 - \alpha)\%$ pada $x = x_0$:

$$\hat{y} \pm t_{\alpha/2} \sqrt{\text{MSE} \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right)}$$

Selang keyakinan $100(1 - \alpha)\%$ pada $x = x_0$ bagi $\mu_{Y \cdot X_0}$ ialah

$$\hat{y} \pm t_{\alpha/2} \sqrt{\text{MSE} \left(\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right)}$$

8. Regresi linear berganda

$$\tilde{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad \tilde{x} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{pmatrix}, \quad \tilde{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

$$\hat{\tilde{\beta}} = (\tilde{X}'\tilde{X})^{-1} \tilde{X}'\tilde{y}$$

$$\text{SSE} = \tilde{y}'\tilde{y} - \hat{\tilde{\beta}}'\tilde{X}'\tilde{y}$$

$$\text{SSR} = \hat{\tilde{\beta}}'\tilde{X}'\tilde{y} - (\sum y_i)^2/n$$

$$r_{12.3}^2 = \frac{(r_{12} - r_{13} r_{23})^2}{(1 - r_{13}^2)(1 - r_{23}^2)}$$

VII. Significant Ranges for Duncan's Multiple Range Test^a

f	$r_{.01}(\rho, f)$											
	ρ											
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100
1	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0
2	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0
3	8.26	8.5	8.6	8.7	8.8	8.9	8.9	9.0	9.0	9.3	9.3	9.3
4	6.51	6.8	6.9	7.0	7.1	7.1	7.2	7.2	7.3	7.5	7.5	7.5
5	5.70	5.96	6.11	6.18	6.26	6.33	6.40	6.44	6.5	6.8	6.8	6.8
6	5.24	5.51	5.65	5.73	5.81	5.88	5.95	6.00	6.0	6.3	6.3	6.3
7	4.95	5.22	5.37	5.45	5.53	5.61	5.69	5.73	5.8	6.0	6.0	6.0
8	4.74	5.00	5.14	5.23	5.32	5.40	5.47	5.51	5.5	5.8	5.8	5.8
9	4.60	4.86	4.99	5.08	5.17	5.25	5.32	5.36	5.4	5.7	5.7	5.7
10	4.48	4.73	4.88	4.96	5.06	5.13	5.20	5.24	5.28	5.55	5.55	5.55
11	4.39	4.63	4.77	4.86	4.94	5.01	5.06	5.12	5.15	5.39	5.39	5.39
12	4.32	4.55	4.68	4.76	4.84	4.92	4.96	5.02	5.07	5.26	5.26	5.26
13	4.26	4.48	4.62	4.69	4.74	4.84	4.88	4.94	4.98	5.15	5.15	5.15
14	4.21	4.42	4.55	4.63	4.70	4.78	4.83	4.87	4.91	5.07	5.07	5.07
15	4.17	4.37	4.50	4.58	4.64	4.72	4.77	4.81	4.84	5.00	5.00	5.00
16	4.13	4.34	4.45	4.54	4.60	4.67	4.72	4.76	4.79	4.94	4.94	4.94
17	4.10	4.30	4.41	4.50	4.56	4.63	4.68	4.73	4.75	4.89	4.89	4.89
18	4.07	4.27	4.38	4.46	4.53	4.59	4.64	4.68	4.71	4.85	4.85	4.85
19	4.05	4.24	4.35	4.43	4.50	4.56	4.61	4.64	4.67	4.82	4.82	4.82
20	4.02	4.22	4.33	4.40	4.47	4.53	4.58	4.61	4.65	4.79	4.79	4.79
30	3.89	4.06	4.16	4.22	4.32	4.36	4.41	4.45	4.48	4.65	4.71	4.71
40	3.82	3.99	4.10	4.17	4.24	4.30	4.34	4.37	4.41	4.59	4.69	4.69
60	3.76	3.92	4.03	4.12	4.17	4.23	4.27	4.31	4.34	4.53	4.66	4.66
100	3.71	3.86	3.98	4.06	4.11	4.17	4.21	4.25	4.29	4.48	4.64	4.65
∞	3.64	3.80	3.90	3.98	4.04	4.09	4.14	4.17	4.20	4.41	4.60	4.68

f = degrees of freedom.

^a Reproduced with permission from "Multiple Range and Multiple F Tests," by D. B. Duncan, *Biometrics*, Vol. 1, No. 1, pp. 1-42, 1955.

VII. Significant Ranges for Duncan's Multiple Range Test (*continued*)

		$r_{.05}(p, f)$											
		p											
f	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100	
1	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	
2	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	
3	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	
4	3.93	4.01	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	
5	3.64	3.74	3.79	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	
6	3.46	3.58	3.64	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	
7	3.35	3.47	3.54	3.58	3.60	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	
8	3.26	3.39	3.47	3.52	3.55	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	
9	3.20	3.34	3.41	3.47	3.50	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	
10	3.15	3.30	3.37	3.43	3.46	3.47	3.47	3.47	3.47	3.48	3.48	3.48	
11	3.11	3.27	3.35	3.39	3.43	3.44	3.45	3.46	3.46	3.48	3.48	3.48	
12	3.08	3.23	3.33	3.36	3.40	3.42	3.44	3.44	3.46	3.48	3.48	3.48	
13	3.06	3.21	3.30	3.35	3.38	3.41	3.42	3.44	3.45	3.47	3.47	3.47	
14	3.03	3.18	3.27	3.33	3.37	3.39	3.41	3.42	3.44	3.47	3.47	3.47	
15	3.01	3.16	3.25	3.31	3.36	3.38	3.40	3.42	3.43	3.47	3.47	3.47	
16	3.00	3.15	3.23	3.30	3.34	3.37	3.39	3.41	3.43	3.47	3.47	3.47	
17	2.98	3.13	3.22	3.28	3.33	3.36	3.38	3.40	3.42	3.47	3.47	3.47	
18	2.97	3.12	3.21	3.27	3.32	3.35	3.37	3.39	3.41	3.47	3.47	3.47	
19	2.96	3.11	3.19	3.26	3.31	3.35	3.37	3.39	3.41	3.47	3.47	3.47	
20	2.95	3.10	3.18	3.25	3.30	3.34	3.36	3.38	3.40	3.47	3.47	3.47	
30	2.89	3.04	3.12	3.20	3.25	3.29	3.32	3.35	3.37	3.47	3.47	3.47	
40	2.86	3.01	3.10	3.17	3.22	3.27	3.30	3.33	3.35	3.47	3.47	3.47	
60	2.83	2.98	3.08	3.14	3.20	3.24	3.28	3.31	3.33	3.47	3.48	3.48	
100	2.80	2.95	3.05	3.12	3.18	3.22	3.26	3.29	3.32	3.47	3.53	3.53	
∞	2.77	2.92	3.02	3.09	3.15	3.19	3.23	3.26	3.29	3.47	3.61	3.67	

f = degrees of freedom.