

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang 1987/88

MKT241 - Kalkulus Gunaan

Tarikh: 5 April 1988

Masa: 9.00 pagi - 12.00 tengahari

(3 jam)

Kertas ini mengandungi EMPAT soalan. Jawab SEMUA soalan; semua soalan mesti dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Jujukan  $\{u_n\}$  ditakrifkan oleh rumus rekursi  $u_{n+1} = \sqrt{3u_n}$  dengan  $u_1 = 1$ .

(i) Buktikan bahawa  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$  wujud.

(ii) Nilaikan  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ .

(b) Tentukan sama ada  $\int_1^{\infty} \frac{x}{(1+x^2)^2} dx$  menumpu atau mencapah.

Jika menumpu, nilaikan.

(c) Tentukan sama ada siri berikut menumpu secara mutlak, menumpu secara bersyarat atau mencapah.

(i)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(1+n^2)^2}$

(ii)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$

(iii)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\sqrt{n}}{n+1}$

(d) Dapatkan selang penumpuan dan jejari penumpuan

$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n(\ln n)^2}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{(x-1)^{n+1}}{n+1(\ln(n+1))^2} \times \frac{n(\ln n)^2}{(x-1)^n} \right|$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{(x-1) \cdot n(\ln n)^2}{(n+1)(\ln(n+1))^2} \right|$$

$$= |x-1| \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{n(\ln n)^2}{(n+1)(\ln(n+1))^2} \right|$$

$$= |x-1| \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{n}{n+1} \cdot \frac{(\ln n)^2}{(\ln(n+1))^2} \right|$$

$$= |x-1| \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{n}{n+1} \cdot \frac{(\ln n)^2}{(\ln n)^2} \right|$$

$$= |x-1| \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{n}{n+1} \right| = |x-1|$$

(100/100)

.../2

2. (a) Andaikan  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & \text{jika } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{jika } (x,y) = (0,0). \end{cases}$

(i) Nilaikan  $\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \lim_{y \rightarrow 0} f(x,y) \right\}$  dan

$$\lim_{y \rightarrow 0} \left\{ \lim_{x \rightarrow 0} f(x,y) \right\}.$$

(ii) Tentukan sama ada  $f$  selanjar pada  $(0,0)$ .  
Justifikasikan jawapan anda.

(b) Jika  $w = (y - 2x)^3 - \sqrt{y - 2x}$ , tunjukkan bahawa  $w_{xx} - 4w_{yy} = 0$ .

(c) Gunakan pembeza untuk menganggarkan  $(32.03)^{2/5} (1.95)^4$ .

(d) Dapatkan kesemua ekstremum tempatan  $f$  dan tentukan jenisnya jika  $f(x,y) = x^2 - 5xy + 3y^2$ .

(e) Dapatkan tiga nombor nyata positif supaya hasil tambah ketiga-tiga nombor tersebut ialah 1200 dan hasil darabnya maksimum.

(100/100)

3. (a) Nilaikan  $\int_1^2 \int_1^{\ln y} \frac{1}{y} dx dy$ .

(b) Andaikan  $V = \int_{-a}^0 \int_{-\sqrt{a^2 - x^2}}^0 \sqrt{x^2 + y^2} dy dx$ .

(i) Lakarkan rantau pengamiran.

(ii) Gunakan koordinat kutub untuk menilai  $V$ .

(c) D ialah rantau yang dibatasi oleh graf-graf  $x = \sqrt{y}$ ,  $y = -x$  dan  $y = 4 - 3x$ .

(i) Lakarkan rantau  $D$ .

(ii) Cari luas  $D$ .

(iii) Cari jisim lamina yang mempunyai bentuk rantau  $D$  jika ketumpatan pada titik  $P(x,y)$  berkadaran terus dengan jarak  $P$  ke paksi  $y$ .

- (d) Cari isipadu pepejal di dalam oktan pertama yang dibatasi oleh satah  $y + z = 4$ , silinder parabolik  $y = x^2$ , satah  $xy$  dan satah  $yz$ .

(100/100)

4. (a) Selesaikan

$$(y\sqrt{1-x^2}) \frac{dy}{dx} = \sqrt{1-y^2} .$$

- (b) Tentukan sama ada

$$(y^2 - ye^{-x}) + (e^{-x} + 2xy + 3) \frac{dy}{dx} = 0$$

tepat. Selesaikan persamaan pembeza tersebut.

- (c) Tentukan sama ada

$$(y^2 - xy + x^2)dx + xy dy = 0$$

homogen. Selesaikan persamaan pembeza tersebut.

- (d) Selesaikan persamaan Bernoulli

$$x \frac{dy}{dx} - 2y = x^3 y^3 , \quad x \neq 0.$$

- (e) Selesaikan  $\frac{d^2y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} = e^{-3x}$  dengan menggunakan kaedah ubahan parameter.

(100/100)