

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang  
Sidang Akademik 1997/98

April 1998

MAT 421 - Persamaan Pembezaan III

Masa: [3 jam]

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam DUA halaman dan SATU halaman lampiran yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

- 1.(a) Cari persamaan lengkung kamiran dan lakarkan plot fasa untuk sistem berikut:

$$\begin{aligned}x' &= x + 2y \\ y' &= 2x + y\end{aligned}$$

(50/100)

- (b) Cari titik-titik genting untuk sistem berikut. Dapatkan pelinearan terhadap setiap titik genting dan bincangkan kelakuan penyelesaian di sekeliling setiap titik genting itu.

$$\begin{aligned}x' &= y \\ y' &= -x - x^2\end{aligned}$$

(50/100)

- 2.(a) Jika  $x(t)$ ,  $y(t)$  ialah penyelesaian bagi sistem

$$\begin{aligned}x' &= y(y - 2x) \\ y' &= (1 - x)(y - 2x) \\ x(0) &= 10, y(0) = 10\end{aligned}$$

dapatkan  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$  dan  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ .

(30/100)

- (b) Dapatkan set nilai-nilai awal  $x_0, y_0$  supaya sistem berikut:

$$\begin{aligned}x' &= (y + 1)(y - x^2), & x(0) &= x_0 \\ y' &= -x(y - x^2), & y(0) &= y_0\end{aligned}$$

mempunyai penyelesaian yang berkala.

(40/100)

...2/-

- (c) Dengan menggunakan fungsi Lyapunov, tentukan kestabilan titik genting  $(0, 0)$  untuk sistem:

$$\begin{aligned}x' &= -x - y \\y' &= x - y^3\end{aligned}$$

(30/100)

- 3.(a) Cari jelmaan Fourier bagi fungsi

$$f(x) = e^{-ax^2}, \quad a > 0$$

(50/100)

- (b) Selesaikan:

$$\begin{aligned}u_t &= ku_{xx}, & -\infty < x < \infty, & \quad t > 0 \\u(x, 0) &= f(x), & -\infty < x < \infty \\|u(x, t)| &< M, & -\infty < x < \infty, & \quad t \geq 0\end{aligned}$$

(50/100)

- 4.(a) Cari jelmaan Laplace bagi fungsi berikut:

$$f(t) = \begin{cases} \sin t, & 0 \leq t \leq \pi \\ 0, & \pi \leq t \leq 2\pi, \end{cases}$$

$$f(t + 2\pi) = f(t).$$

(20/100)

- (b) Cari jelmaan Laplace songsang bagi setiap fungsi berikut:

$$(i) \quad F(s) = \frac{s+1}{s^2+6s+25} \qquad (ii) \quad \frac{1}{(s^2+1)^2}$$

(30/100)

- (c) Selesaikan:

$$\begin{aligned}u_t &= ku_{xx} - hu, & 0 < x < \infty, & \quad t > 0 \\u(x, 0) &= 0, & x > 0 \\u(0, t) &= u_0, & t > 0 \\|u(x, t)| &< M, & x \geq 0, & \quad t \geq 0\end{aligned}$$

di mana  $h$ ,  $k$  dan  $u_0$  ialah pemalar.

(50/100)

-ooo0ooo-

Jadual Jelmaan Laplace

$f(t)$	$F(s) = L\{f(t)\}$
1	$\frac{1}{s}$
$t^n$	$\frac{n!}{s^{n+1}}, n = 1, 2, \dots$
$t^{\alpha-1}$	$\frac{\Gamma(\alpha)}{s^\alpha}, \alpha > 0$
$e^{at}$	$\frac{1}{s-a}$
$\sin at$	$\frac{a}{s^2+a^2}$
$\cos at$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
$\sinh at$	$\frac{a}{s^2-a^2}$
$\cosh at$	$\frac{s}{s^2-a^2}$
$\operatorname{erf} \sqrt{at}$	$\frac{\sqrt{a}}{s\sqrt{s+a}}$
$t^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{a^2}{4t}}$	$\frac{2\sqrt{\pi}}{a} e^{-a\sqrt{s}}$