

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 1997/98

April 1998

MAT 322 - Persamaan Pembezaan II

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam DUA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1.(a) Dapatkan penyelesaian am bagi persamaan:

$$\underline{x}' = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \underline{x} + \begin{pmatrix} t \\ 1 \end{pmatrix}$$

di mana $\underline{x} = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$.

(b) Selesaikan:

$$\frac{d \underline{x}}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \underline{x}$$

di mana $\underline{x} = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix}$.

(100 markah)

2.(a) Selesaikan:

$$y u_x u_x - x u_y u_y = xy$$

tertakluk kepada syarat:

$$y = 2x \text{ apabila } u = 1.$$

(b) Cari bentuk berkanun dan penyelesaian am bagi persamaan:

$$u_{xx} - u_{xy} - 2u_{yy} = 0.$$

(100 markah)

...2/-

3.(a) Selesaikan:

$$u_t = ku_{xx} + h(x, t), \quad 0 < x < \ell, \quad t > 0$$

tertakluk kepada syarat:

$$\begin{aligned} u(x, 0) &= f(x), \quad 0 \leq x \leq \ell \\ u(0, t) &= u(\ell, t) = 0, \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

(b) Dengan menggunakan hasil dari bahagian (a), selesaikan:

$$\begin{aligned} u_t &= ku_{xx}, \quad 0 < x < \ell, \quad t > 0 \\ u(x, 0) &= 0, \quad 0 \leq x \leq \ell \\ u(0, t) &= 2t, \quad u(\ell, t) = 3t, \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

di mana ℓ dan k adalah pemalar positif.

(100 markah)

4.(a) Selesaikan:

$$\begin{aligned} r^2 u_{rr} + ru_r + u_{\theta\theta} &= 0, \quad 0 \leq r < 1, \quad -\pi \leq \theta \leq \pi \\ u(1, \theta) &= |\theta|, \quad -\pi \leq \theta \leq \pi \end{aligned}$$

(b) Selesaikan persamaan pembezaan:

$$r^2 u_{rr} + ru_r + u_{\theta\theta} = 0, \quad 1 < r < 2, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

tertakluk kepada syarat:

$$u(1, \theta) = 0, \quad u(2, \theta) = \sin \theta + 2 \sin 3\theta, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

(100 markah)

-ooo0ooo-