

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 1994 / 95

Jun 1995

MAT 320 - PERSAMAAN PEMBEZAAN II

Masa : 3 jam

Jawab **SEMUA EMPAT** soalan.

1. (a) Tunjukkan bahawa $w(x) = \frac{1}{x}$ ialah suatu penyelesaian bagi persamaan Euler

$$x^2 y'' + 3xy' + y = 0, \quad x > 0$$

Cari penyelesaian kedua $\alpha(x)$ yang tak bersandar linear. Tunjukkan bahawa w dan α adalah tak bersandar linear.

Cari penyelesaian am bagi

$$x^2 y'' + 3xy' + y = 2x, \quad x > 0$$

Cari penyelesaian unik bagi masalah nilai awal

$$x^2 y'' + 3xy' + y = 2x, \quad y(1) = \frac{3}{2}, \quad y'(1) = -\frac{1}{2}.$$

- (b) Selesaikan

$$y'' - 2y' = e^x \sin x, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = \frac{3}{2}.$$

(100/100)

2. (a) Tunjukkan bahawa $x = 0$ ialah titik biasa bagi persamaan

$$y'' + xy' + y = 0.$$

Dapatkan dua penyelesaian tak bersandar linear y_1 dan y_2 .

Tunjukkan bahawa y_1 dan y_2 tak bersandar linear. Dapatkan penyelesaian unik bagi persamaan di atas tertakluk kepada syarat awal $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

(100/100)

.../2

- 2 -

3. (a) Cari matriks asasi bagi

$$\underline{x}' = B\underline{x}, \text{ di mana } B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Kemudian selesaikan

$$\underline{x}' = B\underline{x}, \underline{x}(0) = \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}.$$

- (b) Pertimbangkan persamaan haba

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x \in (0, 1) \quad t \geq 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(1, t) = 0$$

$$u(x, 0) = f(x).$$

Melalui kaedah pemisah variable, tunjukkan bahawa penyelesaian diberikan oleh

$$u(x, t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\pi x) \exp(-n^2 \pi^2 kt)$$

$$\text{di mana } a_0 = \int_0^1 f(x) dx, \quad a_n = 2 \int_0^1 f(x) \cos(n\pi x) dx$$

(100/100)

4. (a) Cari tiga penyelesaian tak bersandar linear bagi

$$\underline{x}' = A \underline{x}, \text{ di mana } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

- (b) Cari nilai eigen dan fungsi eigen bagi masalah nilai sempadan

$$y'' + \lambda y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0.$$

Kemudian kembangkan fungsi berikut dalam sebutan fungsi-fungsi eigen di atas

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3}(1-x), & \frac{1}{4} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

(100/100)

- ooo000ooo