

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang Akademik 1998/99

Ogos/September 1998

MAT 282 - Pengiraan Kejuruteraan I

Masa: [3 jam]

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA soalan di dalam TIGA halaman dan SATU halaman Lampiran yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab mana-mana EMPAT soalan.

- 1.(a) Tunjukkan bahawa  $f(x) = 2e^{-x} - x^2$  mempunyai satu sifar di antara  $x=0$  dan  $x=1$ . Gunakan Kaedah Newton untuk mendapatkan sifar ini, mulai dengan  $x_0 = 1.0$  dan jalankan 3 lelaran. Nyatakan dengan jelas maksud penumpuan kuadratik dan terangkan sama ada contoh di atas menumpu secara kuadratik.
- (b) Andaikan  $f(x_0) = 0$  dan  $f'(x_0) \neq 0$ . Buktikan bahawa Kaedah Newton menumpu secara kuadratik pada  $x_0$ .
- (c) Gunakan Kaedah Gauss-Seidel untuk menyelesaikan sistem

$$\begin{pmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 2 & -5 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 3.99 \\ 8.61 \\ 4.305 \end{pmatrix}$$

Mulakan dengan  $x^{(0)} = (1, -1, 1)$  dan jalankan 2 lelaran. Nyatakan syarat untuk penumpuan dan terangkan sama ada contoh di atas akan menumpu. Kirakan sisa bagi penyelesaian  $x^{(2)}$  dan bincangkan kejituannya.

(100/100)

- 2.(a) Diberi jadual bagi fungsi seperti di bawah:

$x$	$f(x)$
1.1	4.104166
1.2	4.520117
1.3	4.969297
1.4	5.455200
1.5	5.981690
1.6	6.553032
1.7	7.173947

...2/-

- (i) Bentukkan jadual beza sehingga  $\Delta^4 f$ .
  - (ii) Gunakan rumus Newton ke depan order 3 untuk mencari  $f(1.16)$  dan berikan ralatnya.
  - (iii) Gunakan rumus Newton ke belakang order 3 untuk mencari  $f(1.65)$  dan berikan ralatnya.
  - (iv) Cari  $x$  supaya  $f(x) = 6.205$ .
- (b) Terbitkan rumus Newton ke depan.

(100/100

3. Diberi jadual bagi fungsi  $f(x)$  seperti di bawah:

$x$	$f(x)$
1.1	4.104166
1.2	4.520117
1.3	4.969297
1.4	5.455200
1.5	5.981690
1.6	6.553032
1.7	7.173947

- (a) Gunakan rumus Simpson  $\frac{1}{3}$  dan  $\frac{3}{8}$  untuk mengira  $\int_{1.1}^{1.7} f(x) dx$ . Berikan ralat masing-masing.
- (b) Cari  $f'(1.2)$  dengan rumus
  - (i) order satu,      (ii) order dua,      (iii) order tiga.

Berikan ralat masing-masing.

Kirakan juga  $f''(1.2)$ , dan  $f''(1.25)$ .

- (c) Terbitkan petua Simpson  $\frac{1}{3}$  dan ralatnya.

(100/100

4.(a) Selesaikan sistem

$$\begin{pmatrix} 2.65 & 1.00 & 0.95 \\ 0.70 & 2.14 & -1.00 \\ 0.50 & -0.25 & 1.03 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 3.9405 \\ 3.8184 \\ 3.1191 \end{pmatrix}$$

melalui penghapusan Gauss dengan pemangsaan. Kirakan sisa dan bincangkan kejitu jawapan anda.

- (b) Huraikan sistem  $A \underline{x} = \underline{b}$  berikut:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3.5 & 1.75 \\ -1 & 0 & -0.125 \end{pmatrix} \underline{x} = \begin{pmatrix} 0.24 \\ 0.78 \\ 1.47 \end{pmatrix}$$

dalam bentuk  $A = LU$ . Kemudian melalui penghuraian  $LU$  ini, selesaikan  $A \underline{x} = \underline{b}$ . Adakan penyelesaian tepat. Jelaskan.

- (c) Untuk sistem  $A \underline{x} = \underline{b}$  terbitkan ketaksamaan

$$\frac{1}{\rho(A)} \frac{\|\underline{r}\|}{\|\underline{b}\|} \leq \frac{\|\underline{e}\|}{\|\underline{x}\|} \leq \rho(A) \cdot \frac{\|\underline{r}\|}{\|\underline{b}\|}$$

di mana  $\underline{r}$  dan  $\underline{e}$  ialah sisa dan ralat masing-masing dan  $\rho(A)$  ialah nombor syarat bagi  $A$ .

(100/100)

5. Diberi masalah nilai awal

$$y' = 2y + e^x, \quad y(0) = 1$$

- (a) Cari  $y(0.1)$  dan  $y(0.5)$  melalui polinomial Taylor peringkat 4, dan berikan ralat masing-masing.
- (b) Gunakan Kaedah Runge-Kutta order 4 untuk mencari  $y(0.1)$  dengan  $h=0.1$ . Berikan ralatnya dan bandingkan kejituan dengan hasil di bahagian (a) di atas.
- (c) Gunakan Kaedah Euler ubahsuai untuk mencari  $y(0.1)$  dengan  $h=0.05$ . Berikan ralatnya.

(100/100)

-ooo0ooo-

## Lampiran 1

Rumus-Rumus

$$1. \quad x_i^{(m+1)} = \frac{b_i}{a_{ii}} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(m+1)} - \sum_{j=i+1}^n \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(m)}.$$

$$2. \quad P_n(x) = f_0 + \binom{s}{1} \Delta f_0 + \binom{s}{2} \Delta^2 f_0 + \dots + \binom{s}{n} \Delta^n f_0 + \binom{s}{n+1} h^{n+1} f^{(n+1)}(\xi).$$

$$3. \quad P_n(x) = f_0 + \binom{s}{1} \Delta f_{-1} + \binom{s+1}{2} \Delta^2 f_{-2} + \binom{s+2}{3} \Delta^3 f_{-3} + \binom{s+3}{4} \Delta^4 f_{-4} + \dots.$$

$$4. \quad L_n(x) = \sum_{i=0}^n f_i \ell_i(x) \text{ dengan } \ell_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \left( \frac{x-x_j}{x_i-x_j} \right), \quad 0 \leq i \leq n.$$

$$5. \quad f'(x_0) = \frac{1}{h} \left( \Delta f_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 f_0 + \frac{1}{3} \Delta^3 f_0 + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} \Delta^n f_0 \right) \\ + \frac{(-1)^n}{n+1} h^n f^{(n+1)}(\xi).$$

$$6. \quad \text{Ralat sejagat petua trapezium} \\ = -\frac{1}{12}(b-a) h^2 f''(\xi).$$

$$7. \quad \int_a^b f(x) dx = \frac{1}{3}h(f_1 + 4f_2 + 2f_3 + 4f_4 + 2f_5 + \dots + 2f_{n-1} + 4f_n + f_{n+1}) \\ - \frac{(b-a)}{180} h^4 f^{(4)}(\xi).$$

$$8. \quad \int_a^b f(x) dx = \frac{3}{8}h(f_1 + 3f_2 + 3f_3 + 2f_4 + 3f_5 + 3f_6 + \dots + 2f_{n-2} \\ + 3f_{n-1} + 3f_n + f_{n+1}) - \frac{(b-a)}{80} h^4 f^{(4)}(\xi).$$

$$9. \quad y_{n+1} = y_n + (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) / 6.0$$

$$K_1 = hf(x_n, y_n)$$

$$K_2 = hf\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}K_1\right)$$

$$K_3 = hf\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}K_2\right)$$

$$K_4 = hf(x_n + h, y_n + K_3)$$

-ooo0ooo-