

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1998/99

Ogos/September 1998

MAT 251/351 - Pengantar Penyelidikan Operasi

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam EMPAT halaman dan DUA halaman Lampiran yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

- 1.(a) Selesaikan masalah PL berikut dengan menggunakan x_4 , x_5 dan x_6 sebagai penyelesaian asas permulaan yang tersaur

$$\begin{aligned} \text{maksimumkan } z &= 3x_1 + x_2 + 2x_3 \\ \text{terhadap} \quad &12x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 9 \\ &8x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_5 = 10 \\ &3x_1 - x_6 = 0 \\ &x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{aligned}$$

(30/100)

- (b) Tunjukkan bagaimana fungsi matlamat berikut boleh dilinearkan.

$$\text{minimumkan } z = \text{maksimum} \left\{ \left| \sum_{j=1}^n c_{ij} x_j \right|, \dots, \left| \sum_{j=1}^n c_{mj} x_j \right| \right\}$$

(30/100)

- (c) Pertimbangkan masalah PL berikut dan tablo optimumnya.

$$\begin{aligned} \text{maksimumkan } z &= 10x_1 + 6x_2 + 5x_3 \\ \text{terhadap} \quad &2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 25 \\ &x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 22 \\ &6x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 32 \\ &x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Asas	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	Penyelesaian
z	0	0	11/5	0	2/5	8/5	60
s_1	0	0	8/5	1	-4/5	-1/5	1
x_2	0	1	8/15	0	2/5	-1/15	6 2/3
x_1	1	0	2/5	0	-1/5	1/5	2

..2/-

- (i) Tentukan julat bagi setiap nilai sebelah kanan (iaitu nilai sebelah kanan asal) yang boleh mengekalkan ketersauran penyelesaian semasa.
- (ii) Tentukan julat bagi pekali x_1 dan x_2 di matlamat agar keoptimuman semasa tidak terjejas.
- (iii) Jika x_3 ingin dimasukkan ke dalam asas, sebanyak manakah pekalinnya pada matlamat harus diubah?

(40/100)

2.(a) Pengurus bahagian pemasangan ISO Inc. telah merumuskan model PL berikut:

maksimumkan $z = 12x_1 + 10x_2$ (keuntungan)
terhadap

$$\text{Barisan 1 : } 11x_1 + 11x_2 \leq 121 \text{ jam}$$

$$\text{Barisan 2 : } 8x_1 + 15x_2 \leq 120 \text{ jam}$$

$$\text{Bahagian pemeriksaan : } 3x_1 + 15x_2 \leq 60 \text{ minit}$$

Di sini x_i mewakili bilangan keluaran i yang akan dihasilkan. $i = 1, 2$. Jawab soalan-soalan berikut berpandukan graf.

- (i) Apakah nilai optimum bagi x_1 , x_2 dan z ?
- (ii) Apakah julat keuntungan bagi keluaran 1 yang tidak akan mengubah nilai optimum di bahagian (i)?
- (iii) Jika masa bahagian pemeriksaan boleh ditambah, berapakah masa tambahan ini?
- (iv) Jika masa di barisan 2 dikurangkan sebanyak 1 jam, apakah kesannya terhadap keuntungan?
- (v) Jika masa di barisan 1 boleh ditambah, berapa lama masa ini boleh dipanjangkan tanpa menyebabkan pembaziran?

(40/100)

(b) Sebuah syarikat bas meramalkan yang ia memerlukan bilangan pemandu bas seperti berikut di dalam masa lima tahun yang akan datang.

Tahun	Bilangan pemandu bas
1	60
2	70
3	50
4	65
5	75

Pada permulaan setiap tahun syarikat bas ini harus menentukan berapa banyak pemandu yang harus diambil bekerja dan berapa banyak pemandu yang harus diberhentikan. Untuk mengambil seorang pemandu ialah RM4000 manakala kos untuk memberhentikan seorang pemandu ialah RM2000. Gaji seorang pemandu bas ialah RM10,000 setahun. Pada permulaan tahun 1, terdapat 50 pemandu bas di syarikat tersebut. Seorang pemandu yang diambil bekerja pada permulaan sesuatu tahun boleh digunakan untuk memenuhi keperluan tahun tersebut dan dibayar gaji penuh. Rumuskan suatu model yang meminimumkan kos untuk membayar gaji dan kos pengambilan serta pemberhentian pekerja di dalam masa lima tahun yang akan datang.

(40/100)

(b) Bagi masalah PL

$$\begin{aligned} &\text{maksimumkan } z = 20x_1 + 10x_2 + x_3 \\ &\text{terhadap} \quad \begin{aligned} 3x_1 - 3x_2 + 5x_3 &\leq 50 \\ x_1 + x_3 &\leq 10 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 &\leq 20 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned} \end{aligned}$$

di arah manakah ruang penyelesaian tak terbatas? Tanpa menjalankan sebarang pengiraan, apakah yang anda boleh simpulkan tentang penyelesaian optimum masalah ini?

(20/100)

3.(a) Jadual berikut memberikan maklumat tentang aktiviti-aktiviti suatu projek. Berdasarkan maklumat ini

- (i) bina gambarajah anak parah
- (ii) tentukan lintasan genting
- (iii) tentukan tempoh minimum untuk menyiapkan projek ini

Aktiviti	Kegiatan pendahulu	Jangka masa (hari)
A	-	5
C	A	8
D	C	2
B	A	7
E	-	3
F	E	6
I	B, D	10
J	F, I	8
G	-	1
H	G	2
K	H	17

(50/100)

(b) Bagi bahagian (a) di atas,

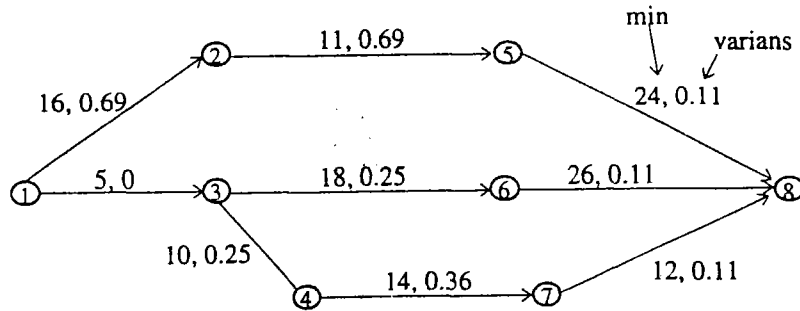
- (i) binakan skedul pelaksanaan bagi projek tersebut jika semua tugas dimulakan selewat mungkin.
- (ii) bentukkan suatu model PL yang boleh digunakan untuk menentukan panjang lintasan genting projek tersebut.

(30/100)

(c) Min jangka masa dan varians bagi suatu projek R&D ditunjukkan di atas gambarajah anak parah berikut. Tentukan kebarangkalian bahawa projek ini boleh disiapkan di dalam masa

- (i) kurang daripada 50 minggu
- (ii) lebih daripada 51 minggu
- (iii) di antara 49 dan 51 minggu

...4/-



(20/100)

- 4.(a) Bagi masalah pengangkutan yang diberikan berikut, jumlah permintaan melebihi bekalan. Katakan kos penalti per unit permintaan yang tidak dapat dipenuhi ialah 5, 3 dan masing-masing bagi destinasi 1, 2 dan 3. Dapatkan penyelesaian optimum.

		Destinasi			Bekalan
		1	2	3	c_{ij}
Punca	1	5	1	7	10
	2	6	4	6	80
	3	3	2	5	15
Permintaan →		75	20	50	

(40/100)

- (b) Bagi masalah pengangkutan 3×3 (3 punca dan 3 destinasi) katakan x_{ij} ialah amaun yang diangkut daripada punca i ke destinasi j dan c_{ij} mewakili kos pengangkutan per unit. Amaun bekalan di punca 1, 2 dan 3 adalah 15, 30 dan 85 unit masing-masing. Manakala permintaan di destinasi 1, 2 dan 3 adalah 20, 30 dan 80 unit masing-masing. Katakan penyelesaian asas permulaan yang diperolehi dengan petua sudut barat la memberikan penyelesaian optimum. Katakan $u_1 = -2$, $u_2 = 3$ dan $u_3 = 5$ serta $v_1 = 5$ dan $v_3 = 10$.

- Tentukan kos pengangkutan yang optimum.
- Apakah nilai-nilai terkecil bagi c_{ij} untuk pembolehubah tak asas yang akan mengekalkan penyelesaian optimum di atas?

(30/100)

- (c) Terdapat lima orang pekerja yang boleh melakukan empat tugas. Masa yang diambil untuk melaksanakan setiap tugas diberikan di dalam jadual berikut. Tentukan kumpulan pekerja kepada tugas agar jumlah masa untuk melaksanakan empat tugas tersebut dapat diminimumkan.

Pekerja	Tugas			
	1	2	3	4
1	22	18	30	18
2	18	-	27	22
3	26	20	28	28
4	16	22	-	14
5	21	-	25	28

Perhatian: '-' menunjukkan bahawa pekerja tidak boleh menjalankan tugas tersebut.

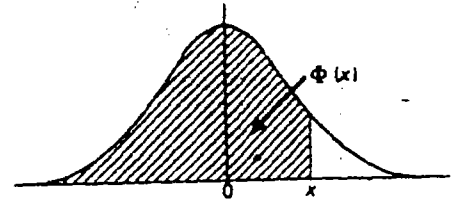
(30/100)

-ooo0ooo-

TABLE 4. THE NORMAL DISTRIBUTION FUNCTION

The function tabulated is $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$. $\Phi(x)$ is

the probability that a random variable, normally distributed with zero mean and unit variance, will be less than or equal to x . When $x < 0$ use $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$, as the normal distribution with zero mean and unit variance is symmetric about zero.



x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.00	0.5000	0.40	0.6554	0.80	0.7881	1.20	0.8849	1.60	0.9452	2.00	0.97725
0.01	5040	41	6591	81	7910	21	8869	61	9463	01	97778
0.02	5080	42	6628	82	7939	22	8888	62	9474	02	97831
0.03	5120	43	6664	83	7967	23	8907	63	9484	03	97882
0.04	5160	44	6700	84	7995	24	8925	64	9495	04	97932
0.05	5199	45	6736	85	8023	25	8944	65	9505	05	97982
0.06	5239	46	6772	86	8051	26	8962	66	9515	06	98030
0.07	5279	47	6808	87	8078	27	8980	67	9525	07	98077
0.08	5319	48	6844	88	8106	28	8997	68	9535	08	98124
0.09	5359	49	6879	89	8133	29	9015	69	9545	09	98169
0.10	5398	50	6915	90	8159	30	9032	70	9554	10	98214
11	5438	51	6950	91	8186	31	9049	71	9564	11	98257
12	5478	52	6985	92	8212	32	9066	72	9573	12	98300
13	5517	53	7019	93	8238	33	9082	73	9582	13	98341
14	5557	54	7054	94	8264	34	9099	74	9591	14	98382
0.15	5596	55	7088	95	8289	35	9115	75	9599	15	98422
16	5636	56	7123	96	8315	36	9131	76	9608	16	98461
17	5675	57	7157	97	8340	37	9147	77	9616	17	98500
18	5714	58	7190	98	8365	38	9162	78	9625	18	98537
19	5753	59	7224	99	8389	39	9177	79	9633	19	98574
0.20	5793	60	7257	1.00	0.8413	40	9192	80	9641	20	98610
21	5832	61	7291	01	8438	41	9207	81	9649	21	98645
22	5871	62	7324	02	8461	42	9222	82	9656	22	98679
23	5910	63	7357	03	8485	43	9236	83	9664	23	98713
24	5948	64	7389	04	8508	44	9251	84	9671	24	98745
0.25	5987	65	7422	1.05	0.8531	45	9265	85	9678	25	98778
26	6026	66	7454	06	8554	46	9279	86	9686	26	98809
27	6064	67	7486	07	8577	47	9292	87	9693	27	98840
28	6103	68	7517	08	8599	48	9306	88	9699	28	98870
29	6141	69	7549	09	8621	49	9319	89	9706	29	98899
0.30	6179	70	7580	1.10	0.8643	50	9332	90	9713	30	98928
31	6217	71	7611	11	8665	51	9345	91	9719	31	98956
32	6255	72	7642	12	8686	52	9357	92	9726	32	98983
33	6293	73	7673	13	8708	53	9370	93	9732	33	99010
34	6331	74	7704	14	8729	54	9382	94	9738	34	99036
0.35	6368	75	7734	1.15	0.8749	55	9394	95	9744	35	99061
36	6406	76	7764	16	8770	56	9406	96	9750	36	99086
37	6443	77	7794	17	8790	57	9418	97	9756	37	99111
38	6480	78	7823	18	8810	58	9429	98	9761	38	99134
39	6517	79	7852	19	8830	59	9441	99	9767	39	99158
0.40	6554	0.80	0.7881	1.20	0.8849	1.60	0.9452	2.00	0.9772	2.40	0.99180

TABLE 4. THE NORMAL

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
2.40	0.99180	2.55	0.99461	2.70	0.99653	2.85	0.99781	3.00	0.99865	3.15	0.99918
41	99202	56	99477	71	99664	86	99788	01	99869	16	99921
42	99224	57	99492	72	99674	87	99795	02	99874	17	99924
43	99245	58	99506	73	99683	88	99801	03	99878	18	99926
44	99266	59	99520	74	99693	89	99807	04	99882	19	99929
2.45	0.99286	2.60	0.99534	2.75	0.99702	2.90	0.99813	3.05	0.99886	3.20	0.99931
46	99305	61	99547	76	99711	91	99819	06	99889	21	99934
47	99324	62	99560	77	99720	92	99825	07	99893	22	99936
48	99343	63	99573	78	99728	93	99831	08	99896	23	99938
49	99361	64	99585	79	99736	94	99836	09	99900	24	99940
2.50	0.99379	2.65	0.99598	2.80	0.99744	2.95	0.99841	3.10	0.99903	3.25	0.99942
51	99396	66	99609	81	99752	96	99846	11	99906	26	99944
52	99413	67	99621	82	99760	97	99851	12	99910	27	99946
53	99430	68	99632	83	99767	98	99856	13	99913	28	99948
54	99446	69	99643	84	99774	99	99861	14	99916	29	99950
2.55	0.99461	2.70	0.99653	2.85	0.99781	3.00	0.99865	3.15	0.99918	3.30	0.99952

The critical table below gives on the left the range of values of x for which $\Phi(x)$ takes the value on the right, correct to the last figure given; in critical cases, take the upper of the two values of $\Phi(x)$ indicated.

3.075	0.99990	3.263	0.99994	3.731	0.99990	3.916	0.99995
3.105	0.99990	3.320	0.99995	3.759	0.99991	3.976	0.99996
3.138	0.99991	3.389	0.99996	3.791	0.99992	4.055	0.99997
3.174	0.99992	3.480	0.99997	3.826	0.99993	4.173	0.99998
3.215	0.99993	3.615	0.99998	3.867	0.99994	4.417	1.00000
3.215	0.99994		0.99999		0.99995		

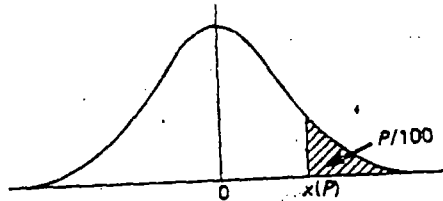
When $x > 3.3$ the formula $1 - \Phi(x) = \frac{e^{-x^2}}{x\sqrt{2\pi}} \left[1 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^4} - \frac{15}{x^6} + \frac{105}{x^8} \right]$ is very accurate, with relative error less than $945/x^{10}$.

TABLE 5. PERCENTAGE POINTS OF THE NORMAL DISTRIBUTION

This table gives percentage points $x(P)$ defined by the equation

$$\frac{P}{100} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x(P)}^{\infty} e^{-t^2/2} dt.$$

X is a variable, normally distributed with zero mean and unit variance, $P/100$ is the probability that $X \geq x(P)$. The lower P per cent points are given by symmetry as $-x(P)$, and the probability that $|X| \geq x(P)$ is $2P/100$.



P	$x(P)$	P	$x(P)$	P	$x(P)$	P	$x(P)$	P	$x(P)$
50	0.0000	5.0	1.6449	3.0	1.8808	2.0	2.0537	1.0	2.3263
45	0.1257	4.8	1.6646	2.9	1.8957	1.9	2.0749	0.9	2.3656
40	0.2533	4.6	1.6849	2.8	1.9110	1.8	2.0969	0.8	2.4089
35	0.3853	4.4	1.7060	2.7	1.9268	1.7	2.1201	0.7	2.4573
30	0.5244	4.2	1.7279	2.6	1.9431	1.6	2.1444	0.6	2.5121
25	0.6745	4.0	1.7507	2.5	1.9600	1.5	2.1701	0.5	2.5758
20	0.8416	3.8	1.7744	2.4	1.9774	1.4	2.1973	0.4	2.6521
15	1.0364	3.6	1.7991	2.3	1.9954	1.3	2.2262	0.3	2.7478
10	1.2816	3.4	1.8250	2.2	2.0141	1.2	2.2571	0.2	2.8782
5	1.6449	3.2	1.8522	2.1	2.0335	1.1	2.2904	0.1	3.0902
								0.05	3.2905
								0.01	3.7190
								0.005	3.8906
								0.001	4.2649
								0.0005	4.4172