

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 1994 / 95

Jun 1995

MAT 220 - PERSAMAAN PEMBEZAAN I

Masa : 3 jam

Jawab **SEMUA** soalan.

1. (a) Bagi setiap persamaan pembezaan berikut, nyatakan peringkat dan darjahnya, dan sama ada ia linear atau tak linear.

(i) $x^2 y'' + xy' + 2y = e^x + 1$

(ii) $(1 + y^2) y'' + xy' + y = \sin x$

(iii) $y' = \sin y$

(iv) $(y'')^2 + (y''')^3 + (y')^4 = x^{10}$.

(20/100)

- (b) Binakan suatu persamaan pembezaan yang mewakili keluarga bulatan yang berpusat di atas garis $y = x$.

(20/100)

- (c) Cari keluarga lengkungan yang memenuhi persamaan

$$(x + y)dy + (x - y)dx = 0,$$

dan juga cara trajektori-trajektori ortogonnya.

(30/100)

- (d) Telah diketahui bahawa radium mereput ke radon dan kemudiannya mereput ke polonium dengan pemalar reputan λ_1 dan λ_2 ($\lambda_1 \neq \lambda_2$) masing-masing. Katakan pada masa $t = 0$, suatu sampel mengandungi N_0 atom radium tulen. Tunjukkan bahawa bilangan atom N bagi radon pada masa t dalam sampel ini diberi oleh

$$N = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}).$$

(30/100)

.../2

2. (a) Selesaikan setiap persamaan berikut :

- (i) $y' = y$,
- (ii) $2xy \, dx + (x^2 + y^2) \, dy = 0$,
- (iii) $(x + 2y - 4) \, dx - (2x - 4y) \, dy = 0$,
- (iv) $y' - y = 1 - x$,
- (v) $y' - y = (1 - x)y^2$.

(50/100)

(b) Semakkan bahawa $y = 1$ adalah suatu penyelesaian bagi persamaan Riccati

$$y' = (y - 1)(xy - y - x) .$$

Cari penyelesaian am bagi persamaan ini.

(20/100)

(c) Pertimbangkan masalah nilai awal

$$y' - y = 2e^x , \quad y(0) = 1 .$$

- (i) Cari penyelesaian tepat $y(x)$.
- (ii) Gunakan kaedah penhapusan berturut-turut Picard, bermula dengan $y_1(x) = 1$. Dapatkan $y_n(x)$ secara tak tersirat dan tunjukkan bahawa

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_n(x) = y(x) .$$

(30/100)

3. (a) Selesaikan setiap persamaan berikut :

- (i) $y^{(4)} + 3y'' = 0$,
- (ii) $x^2 y'' - 3xy' + 2y = 0$.

(15/100)

(b) Selesaikan setiap persamaan berikut :

(i) $y'' + y' - 2y = 2x + 1$,

(ii) $y'' + 2y' = 2 + 4 \sin 2x$,

(iii) $y'' + y = x(1 + \sin x)$.

(30/100)

(c) Dua penyelesaian tak bersandar secara linear bagi persamaan

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - 1/4)y = 0 , x > 0$$

adalah $x^{-1/2} \sin x$ dan $x^{-1/2} \cos x$. Cari penyelesaian am bagi persamaan

$$x^2 y'' + xy' + (x - 1/4)y = 3x^{3/2} \sin x , x > 0.$$

(25/100)

(d) Selesaikan sistem persamaan

$$X_1' = 2x_1 - 5x_2 - \cos t ,$$

$$X_2' = x_1 - 2x_2 + \sin t.$$

(30/100)

- ooo000ooo -