

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang  
Sidang Akademik 1997/98

April 1998

MAT263/MAT362 - Teori Kebarangkalian

Masa : [3 jam]

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA soalan di dalam ENAM halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

Jawapannya mesti ditulis di dalam Bahasa Malaysia.

Sifir *New Cambridge Statistical Tables* disediakan. Alat penghitung boleh digunakan, dan ia disediakan oleh pelajar sendiri.

1. (a) Katakan  $X$  mempunyai fungsi taburan  $F$ ,

$$F(x) = \begin{cases} x & ; \quad 0 < x < \frac{1}{2} ; \\ 2x^2 - 2x + 1 & ; \quad \frac{1}{2} < x < 1 ; \end{cases}$$

- (i) Cari f.k.k. bagi  $X$ ;

- (ii) Cari  $P\left(\frac{1}{4} < X < \frac{3}{4}\right)$ .

(20/100)

- (b) Katakan  $(X, Y)$  ialah pembolehubah rawak dengan f.k.k.nya diberikan di dalam jadual

| X \ Y | Y              |                |                |
|-------|----------------|----------------|----------------|
|       | 1              | 2              | 3              |
| 1     | $\frac{1}{18}$ | $\frac{2}{18}$ | $\frac{3}{18}$ |
| 2     | $\frac{3}{18}$ | $\frac{4}{18}$ | $\frac{5}{18}$ |

...2/-

Cari

- (i) f.k.k. sut bagi  $X$  ;
- (ii) f.k.k. sut bagi  $Y$  ;
- (iii) f.k.k. bersyarat bagi  $X$  diberikan  $Y = 1$  ;
- (iv)  $P(XY < 4)$ .

(30/100)

- (c) Pembolehubah rawak  $(X, Y)$  mempunyai f.k.k. tercantum  $f(x, y)$ ,

$$f(x, y) = \begin{cases} 4xy ; & 0 < x < 1, 0 < y < 1 ; \\ 0 ; & \text{tempat-tempat lain} ; \end{cases}$$

$$\text{Katakan } \begin{cases} W = \frac{X}{Y} \\ V = XY \end{cases}$$

tentukan

- (i) f.k.k. tercantum bagi  $(W, V)$  ;
- (ii) f.k.k. sut bagi  $W$  ;
- (iii) f.k.k. sut bagi  $V$  ;
- (iv) adakah  $X$  dan  $Y$  tak bersandar?

(50/100)

2. (a) (Teorem Bayes)

Katakan  $E$  ialah peristiwa, dan  $A_1, A_2, \dots, A_n$  ialah satu partisi bagi ruang sampel, maka

$$P(A_i | E) = \frac{P(A_i) * P(E | A_i)}{\sum P(A_i) * P(E | A_i)} ; \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Bukti pernyataan ini.

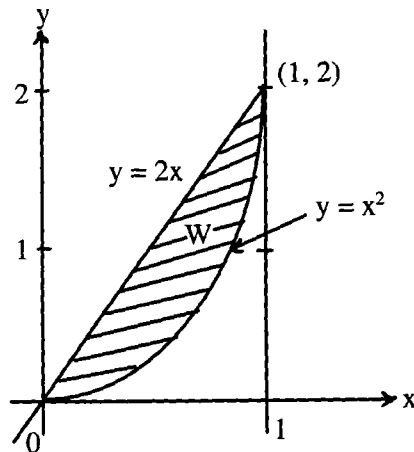
(20/100)

...3/-

- (b) Katakan  $(X, Y)$  ialah pembolehubah rawak dua dimensi dan f.k.k.nya ialah  $f(x, y)$ ,

$$f(x, y) = A, \quad (x, y) \in W,$$

$A$  ialah suatu pemalar, kawasan  $W$  seperti ditunjukkan.



- (i) Cari nilai  $A$ .
- (ii) Cari f.k.k. sut bagi  $X$ .
- (iii) Cari f.k.k. sut bagi  $Y$ .
- (iv) Cari f.k.k. bersyarat bagi  $X$  diberikan  $Y = \frac{1}{2}$ .
- (v) Adakah  $X$  dan  $Y$  tak bersandar?

(50/100)

- (c) Katakan  $X_1$  dan  $X_2$  adalah sampel saiz 2 dari populasi normal  $N(\mu, \sigma^2)$ . Tentukan f.k.k. bagi pembolehubah rawak  $U$ ,

$$U = \frac{(X_1 - X_2)^2}{2\sigma^2}.$$

Petunjuk:

f.k.k. bagi pembolehubah rawak khi kuasadua ialah  $f(x)$ , (darjah kebebasan  $n$ )

$$f(x) = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \cdot x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}.$$

(30/100)

...4/-

3. (a) Nyatakan ketaksamaan Chebyshev.  
Jika  $X$  ialah pembolehubah rawak,  $E(X) = 3$ , dan  $E(X^2) = 13$ , cari  
batas bawah bagi  $P(-2 < X < 8)$ .

(30/100)

- (b) Katakan  $X$  dan  $Y$  adalah tak bersandar dan

$$\begin{aligned} E(X) &= 0, & \text{var}(X) &= 1; \\ E(Y) &= 0, & \text{var}(Y) &= 1; \end{aligned}$$

Cari pekali korelasi bagi  $U$  dan  $V$ .

$$\begin{aligned} U &= X - Y \\ V &= X + Y. \end{aligned}$$

(30/100)

- (c) Katakan  $(X, Y)$  ialah pembolehubah rawak dua-dimensi, dan f.k.k.nya ialah  $f$ ,

$$f(x, y) = e^{-y}, \quad 0 < x < y < \infty,$$

- (i) dapatkan fungsi penjana momen (tercantum) bagi  $(X, Y)$ .  
(ii) dapatkan fungsi penjana momen bagi  $X$ .  
(iii) dapatkan fungsi penjana momen bagi  $Y$ .

(40/100)

4. (a) (i) Jika  $X$  dan  $Y$  adalah tak bersandar dan masing-masing mempunyai  
fungsi penjana momen

$$\begin{aligned} M_X(t) &= (0.3 + 0.7 e^t)^4; \\ M_Y(t) &= (0.3 + 0.7 e^t)^3; \end{aligned}$$

Cari  $P(Y \geq 6 - X)$ .

- (ii) Jika  $X$  ialah pembolehubah rawak yang fungsi penjana momen

$$M_X(t) = e^{4t+2t^2},$$

Cari  $P(3 < X < 6)$ .

(30/100)

...5/-

- (b) Katakan  $X$  ialah pembolehubah rawak yang f.k.k.nya  $f$ :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & -1 < x < 3 \\ 0, & \text{tempat-tempat lain;} \end{cases}$$

Cari f.k.k. bagi pembolehubah rawak  $Y$ ,

$$Y = X^2.$$

(30/100)

- (c) Katakan  $(X, Y)$  ialah pembolehubah rawak yang f.k.k.nya  $f(x, y)$ ,

$$f(x, y) = 4xye^{-(x^2+y^2)}; \quad x > 0; \quad y > 0;$$

$$\text{Katakan } Z = \sqrt{X^2 + Y^2};$$

Cari f.k.k. bagi pembolehubah rawak  $Z$ .

(40/100)

5. (a) Suatu sampel saiznya 16 dipilih dari suatu populasi normal yang mempunyai min  $\mu = 2$  dan varians  $\sigma^2 = 20$ . Jika  $\bar{x}$  dan  $s^2$  masing-masing menandakan min sampel dan varians sampel, cari

$$P(0 < \bar{x} < 2; 13.8 < s^2 < 36.4)$$

(30/100)

- (b) Katakan  $X_1, X_2, X_3, X_4$  adalah suatu sampel rawak dari suatu populasi yang f.k.k.nya  $f(x)$ :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}; & 0 < x < 2; \\ 0; & \text{di tempat-tempat lain} \end{cases}$$

Katakan  $U = \text{minimum } \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$ . Cari f.k.k. bagi  $U$ .

(30/100)

...6/-

- (c) Katakan  $X_1$  dan  $X_2$  ialah sampel rawak dari  $X$  yang f.k.k.nya  $f(x)$

$$f(x) = e^{-x}, \quad x > 0$$

$$\text{Katakan } \begin{cases} Y_1 = X_1 + X_2 ; \\ Y_2 = \frac{X_1}{X_1 + X_2} ; \end{cases}$$

- (i) dapatkan f.k.k. tercantum bagi  $(Y_1, Y_2)$  ;
- (ii) cari f.k.k. sut bagi  $Y_1$  ;
- (iii) cari f.k.k. sut bagi  $Y_2$  ;
- (iv) adakah  $Y_1$  dan  $Y_2$  tak bersandar?

(40/100)