

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1987/88

MAT235 - Penghitungan Berangka dan Pengaturcaraan Komputer

Tarikh: 12 April 1988

Masa: 2.15 petang - 5.15 petang
(3 Jam)

Jawab EMPAT soalan; semua soalan mesti dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Betulkan semua kesilapan sintaksis (jika ada) di dalam pernyataan-pernyataan Turbo BASIC yang berikut:

(i) $f(x) = x \cos(2x) - \exp x$
INPUT x; PRINT 'Nilai fungsi f(x) ialah': f(x)

(ii) FOR k\$ = 1 TO 1000
 x = sin 1 + 5⁴
 y = x(k\$) + k\$
NEXT i
IF k\$ = 1000 THEN PRINT k\$
ELSE PRINT "k\$ tak sama dengan 1000"

(iii) Program ini menghitung isipadu sfera dengan jejari r.
CALL SUB isipadu(x)
PI = 3.14159
WHILE r < 0
INPUT "r = "; r
PRINT "isipadu ialah = " using f1\$, isipadu(x)
END WHILE
f1\$ = \$\$.####

DEF SUB isipadu(r)
isipadu(r) = 4/3*PI*r*r*r
EXIT SUB

Selepas semua kesilapan sintaksis dibetulkan, cuba ubahsuaikan program di dalam (ii) dan (iii) supaya mereka boleh dilaksanakan dengan betul dan cekap.

(45/100)

.../2

- (b) Tulis suatu program Turbo BASIC untuk mengira nilai fungsi sinus bagi $x = 0.1, 0.2, 0.3, \dots, 1.0$ berdasarkan pada siri

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + \frac{(-1)^{n+1} x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots$$

dengan $n = 5, 10, 15, \dots, 50$.

Output daripada program: Nilai n yang digunakan, suatu jadual untuk nilai x dan nilai sinus yang sepadan (bilangan tempat perpuluhan = 5) bersama dengan tajuk yang sesuai.

(55/100)

2. (a) Terangkan maksud "penumpuan linear" dan "penumpuan kuadratik" bagi proses pelelaran.

Tentukan sama ada Kaedah Newton untuk suatu punca ganda dua (dengan $f(r) = f'(r) = 0$):

$$x_{n+1} = x_n - 2 \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

menumpu secara linear atau kuadratik.

(40/100)

- (b) Tulis suatu program Turbo BASIC untuk melaksanakan Kaedah Newton bagi persamaan tak linear

$$x^3 - 4x^2 + 5x = 2$$

yang mempunyai satu punca ganda dua. Gunakan rumus di dalam (a) di atas.

(35/100)

- (c) Apakah kelemahan-kelemahan Kaedah Newton? Bincangkan secara ringkas.

(25/100)

3. (a) (i) Terangkan apakah "sistem-sistem bersuasana tak sihat" dan bagaimana sistem jenis ini dicamkan.
- (ii) Nyatakan teorem yang berkenaan dengan penumpuan kaedah Jacobi untuk penyelesaian sistem persamaan linear. Apakah perbezaan utama di antara kaedah Jacobi dan kaedah Gauss-Seidel?

(30/100)

- (b) Dapatkan matriks L dan U supaya $A = LU$:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -4 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Gunakan L dan U untuk menilaikan penentu A dan mencari songsang A.

(40/100)

- (c) Anggarkan nilai $\sqrt{115}$ dengan menggunakan jadual berikut

x_i	100	121	144
f_i	10	11	12

Anggarkan ralat yang terlibat.

Sebutan ralat:

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} (x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_n)$$

dengan ξ terletak di dalam selang (x_0, x_n) .

(30/100)

4. (a) Tunjukkan bahawa ralat tempatan bagi petua trapezium pada selang $[x_1, x_2]$ ialah

$$-\frac{1}{12} h^3 f''(\xi_1)$$

dengan $\xi_1 \in [x_1, x_2]$ dan $h = x_2 - x_1$. Kemudian tunjukkan bahawa ralat sejagat bagi petua trapezium terperluas pada selang $[a, b]$ ialah

$$-\frac{1}{12} (b-a)h^2 f''(\xi)$$

dengan $\xi \in (a, b)$, $h = (b-a)/n$ dan $n = \text{bilangan subselang}$.

(40/100)

- (b) Nilaikan $\int_0^1 e^x (1 + \sin x) dx$

- (i) dengan petua trapezium, $h = 1/4$;
(ii) dengan petua Simpson, $h = 1/4$.

.../4

Anggarkan ralat di dalam (i) dan (ii) di atas dengan menggunakan ungkapan-ungkapan ralat.

(40/100)

(c) Terangkan secara ringkas kaedah Pengamiran Romberg.

(20/100)

5. (a) Tunjukkan bahawa

$$f'(x_0) \approx \frac{1}{h} \left[\Delta f_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 f_0 + \frac{1}{3} \Delta^3 f_0 - \dots \right]$$

dan sebutan ralat pangkasannya ialah

$$\frac{(-1)^n}{n+1} h^n f^{(n+1)}(\xi)$$

Gunakan jadual berikut dan dua sebutan daripada rumus di atas untuk menganggar nilai $f'(26^\circ)$ dan ralat pangkasannya.

x°	$\cos x^\circ$
20	0.93969
22	0.92718
24	0.91355
26	0.89879
28	0.88295
30	0.86603
32	0.84805
34	0.82904

(45/100)

(b) Tulis suatu program Turbo BASIC untuk menyelesaikan masalah berikut dengan menggunakan kaedah Euler

$$y' = 1 - x + y$$

$$y(0) = 1$$

Pertimbangkan selang $[0,1]$ dengan $h = 0.1$.

(30/100)

(c) Gunakan kaedah Runge-Kutta yang berperingkat 4 untuk mendapatkan penyelesaian masalah di dalam (b) pada $x = 0.1$.

(25/100)

Rumus-Rumus

$$1. \quad x_i^{(m+1)} = \frac{b_i}{a_{ii}} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(m+1)} - \sum_{j=i+1}^n \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(m)}$$

$$m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$2. \quad P_n(x) = f_0 + \binom{s}{1} \Delta f_0 + \binom{s}{2} \Delta^2 f_0 + \dots + \binom{s}{n} \Delta^n f_0 + \binom{s}{n+1} h^{n+1} f^{(n+1)}(\xi)$$

$$3. \quad L_n(x) = \sum_{i=0}^n f_i \ell_i(x) \text{ dengan } \ell_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \left(\frac{x - x_j}{x_i - x_j} \right), \quad 0 \leq i \leq n$$

$$4. \quad f'(x_0) = \frac{1}{h} (\Delta f_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 f_0 + \frac{1}{3} \Delta^3 f_0 + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} \Delta^n f_0) \\ + \frac{(-1)^n}{n+1} h^n f^{(n+1)}(\xi)$$

5. Ralat sejagat petua trapezium

$$= -\frac{1}{12} (b - a) h^2 f''(\xi)$$

$$6. \quad \int_a^b f(x) dx = \frac{1}{3} h (f_1 + 4f_2 + 2f_3 + 4f_4 + 2f_5 + \dots + 2f_{n-1} \\ + 4f_n + f_{n+1}) - \frac{(b-a)}{180} h^4 f^{(4)}(\xi)$$

$$7. \quad \int_a^b f(x) dx = \frac{3}{8} h (f_1 + 3f_2 + 3f_3 + 2f_4 + 3f_5 + 3f_6 + \dots + 2f_{n-2} \\ + 3f_{n-1} + 3f_n + f_{n+1}) - \frac{(b-a)}{80} h^4 f^{(4)}(\xi)$$

$$8. \quad y_{n+1} = y_n + (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)/6.0$$

$$K_1 = hf(x_n, y_n)$$

$$K_2 = hf(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}K_1)$$

$$K_3 = hf(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}K_2)$$

$$K_4 = hf(x_n + h, y_n + K_3)$$

.../2

$$9. \quad y_{n+1} = y_n + \frac{h}{12} (23f_n - 16f_{n-1} + 5f_{n-2})$$

$$10. \quad y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24} (55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3})$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24} (9f_{n+1} + 19f_n - 5f_{n-1} + f_{n-2})$$

- ooo00ooo -