

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1987/88

MAT220 - Persamaan Pembezaan I

Tarikh: 7 April 1988

Masa: 9.00 pagi - 12.00 tengahari
(3 jam)

Jawab SEMUA soalan; semua soalan mesti dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. Selesaikan

(a) $(2x + y) \frac{dy}{dx} = x + 2y + 3$

(b) $y \ln y dx + (x - \ln y) dy = 0$

(c) $(2x + 3y + 1) dx + (4x + 6y + 1) dy = 0$

(100/100)

2. (a) Selesaikan persamaan

$$(1 - x^2)y'' - 2xy' + 2y = 0$$

jika diberikan $f(x) = x$ ialah satu penyelesaian persamaan ini.

(b) Selesaikan persamaan

$$y'' + y' - 2y = 2x - 40 \cos 2x$$

dengan menggunakan kaedah pekali belum tentu.

(c) Pertimbangkan masalah nilai awal

$$y'' + 2y' + 4y = 0$$

$$y(0) = 1, y'(0) = 1.$$

.../2

- (i) Berikan sebab-sebab mengapa masalah nilai awal ini mempunyai penyelesaian unik atas $(-\infty, \infty)$.
- (ii) Selesaikan masalah nilai awal di atas.

(100/100)

3. (a) Selesaikan

$$y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{1 + e^{-x}}.$$

(b) Selesaikan

$$x^2 y'' - 5xy' + 9y = 0 \quad (x > 0).$$

(c) Selesaikan

$$(y')^2 + yy'' = 0.$$

(d) Selesaikan

$$\underline{x}' = \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ 16 & -8 \end{bmatrix} \underline{x}.$$

(100/100)

4. (a) Buktikan, untuk $x > 0$, penjelmaan $x = e^t$ menurunkan persamaan

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

ke suatu persamaan linear dengan koefisien malar.

(b) Diberi p , q dan r selanjar di dalam selang $\alpha < x < \beta$, dan y_1 dan y_2 adalah penyelesaian tak bersandar secara linear persamaan homogen yang sepadan dengan

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + p(x) \frac{dy}{dx} + q(x)y = r(x) \quad (*).$$

.../3

Buktikan bahawa suatu penyelesaian khusus (*) ialah

$$y_p = -y_1(x) \int^x \frac{y_2(t)r(t)dt}{W(y_1, y_2)(t)} + y_2(x) \int^x \frac{y_1(t)r(t)dt}{W(y_1, y_2)(t)}$$

$$\text{di mana } W(y_1, y_2)(t) = \begin{vmatrix} y_1(t) & y_2(t) \\ y_1'(t) & y_2'(t) \end{vmatrix} .$$

(100/100)

- oo0oo -