

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 1997/98

April 1998

MAT 122/221 - Persamaan Pembezaan I

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA soalan di dalam DUA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

- 1.(a) Selesaikan $y'' - 2xy' = 0$ dalam kuasa x . Tentukan jejari penumpuan penyelesaian siri kuasa ini.

- (b) Pertimbangkan masalah nilai awal

$$y' = x + y - 1, \quad y(x_0) = y_0.$$

- (i) Tunjukkan dengan menggunakan rumus Euler bahawa

$$y_k = y_{k-1}(1+h) + h(x_{k-1} - 1), \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

- (ii) Perhatikan bahawa $y_1 = (1+h)(y_0 + x_0) - x_1$, tunjukkan bahawa

$$y_n = (1+h)^n (x_0 + y_0) - x_n.$$

- (iii) Diberi $x_0 = 0$, $y_0 = 1$, anggarkan $y(0.3)$ dengan menggunakan $h = 0.1$.
Cari suatu batas atas bagi ralat untuk anggaran $y(0.3)$ di atas.

(100 markah)

- 2.(a) Cari penyelesaian am bagi sistem berikut:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Kemudian cari penyelesaian unik bagi sistem di atas tertakluk kepada syarat awal $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

...2/-

- (b) Pertimbangkan persamaan pembiakan kuman

$$\frac{dn}{dt} = 2n - n^2, \quad n(0) = n_0$$

di mana $n = n(t)$ ialah bilangan kuman pada masa t .

- (i) Tunjukkan bahawa penyelesaian ialah

$$n(t) = \frac{2}{1 - e^{-2t} \left(1 - \frac{2}{n_0}\right)}.$$

- (ii) Lakarkan graf bagi $n(t)$ untuk

(A) $n_0 > 2$, dan

(B) $n_0 < 2$

untuk $t \in (0, \infty)$, dengan menunjukkan kelakuan n apabila $t \rightarrow \infty$.

(100 markah)

- 3.(a) Selesaikan $y'' - 9y = 10 + \sin x - 5xe^{2x}$.

- (b) Cari nilai b supaya persamaan berikut tepat:

$$(xy^2 + bx^2y) dx + (x + y) x^2 dy = 0.$$

Kemudian selesaikan dengan nilai b di atas.

- (c) Pertimbangkan persamaan linear

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x).$$

Tunjukkan bahawa $\mu(x) = \exp \left(\int p(t) dt \right)$ ialah suatu faktor pengkamir. Seterusnya tunjukkan bahawa penyelesaian bagi persamaan linear di atas diberi oleh

$$\mu(x) \cdot y - \int \mu(x) q(x) dx = c, \quad c \text{ pemalar.}$$

- (d) Selesaikan persamaan linear berikut:

$$\frac{dy}{dx} + \left(\frac{4x+3}{x} \right) y = e^{-4x}.$$

(100 markah)

-ooo0ooo-