

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1987/88

MAT101 - Kalkulus

Tarikh: 14 April 1988

Masa: 9.00 pagi - 12.00 tengahari
(3 Jam)

Jawab SEMUA soalan; semua soalan mesti dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) (i) Cari persamaan garis normal kepada graf $y = 4xe^{x^2-1}$ pada titik (1,4).
(ii) Cari titik P pada graf $y = x^3$ supaya garis tangen pada P bersilang dengan paksi x hanya pada (4,0).

(20/100)

- (b) Dengan menggunakan takrif pembezaan, cari terbitan fungsi $f(x) = x^2 + \sqrt{x}$.

(20/100)

- (c) Jika

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x-3|}{x-3}, & x \neq 3, \\ 1, & x = 3 \end{cases}$$

adakah fungsi f selanjur pada $x = 3$?

(20/100)

- (d) Tentukan pekali-pekali a,b,c, dan d supaya $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ mempunyai nilai maksimum tempatan 10 pada $x = -1$ dan titik lengkok balas pada (1, -6).

(20/100)

.../2

(e) Cari had-had berikut:

(i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x + \ln x}{1 + \cos(\pi x)}$.

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x + \sin x)^x$.

(20/100)

2. (a) (i) Jika $f'(x) = \sin x^2$ dan $y = f\left(\frac{2x-1}{x-1}\right)$,
cari dy/dx .

(ii) Jika $f(x) = \ln(\log_{10} x)$, cari f' di dalam sebutan-
sebutan x dan $\ln x$.

(30/100)

(b) Andaikan $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.

(i) Cari asimptot graf f ;

(ii) dapatkan selang-selang supaya f menokok dan
selang-selang supaya f menyusut;

(iii) dapatkan nilai-nilai minimum (mutlak) dan
maksimum (mutlak) f ;

(iv) bincangkan kecekungan graf f ;

(v) dapatkan titik-titik lengkok balas; dan

(vi) lakarkan graf f .

(50/100)

(c) Tunjukkan bahawa persamaan $2x^3 + e^x = 0$ mempunyai
hanya satu punca nyata.

(20/100)

.../3

3. (a) Lakarkan rantau yang dibatasi oleh graf-graf $x = y^2$ dan $y - x + 2 = 0$. Nilaikan luas rantau tersebut dan isipadu pepejal yang dijanakan dengan mengisar rantau itu pada paksi y.

(50/100)

- (b) Cari isipadu pepejal yang dijanakan dengan mengisar rantau yang dibatasi oleh graf-graf $y = 4 - x^2$ dan $y = 0$ pada garis $x = -3$.

(30/100)

- (c) Bermula dengan suatu petak pada $[a,b]$ dan seterusnya mempertimbangkan hasil tambah Riemann, tunjukkan bahawa kepanjangan lengkok graf fungsi terbezakan f pada $[a,b]$ dari $(a, f(a))$ ke $(b, f(b))$ ialah

$$\int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} \, dx.$$

(20/100)

4. (a) (i) Dengan lengkapnya, nyatakan perhubungan di antara pengamiran tentu dan pembezaan.

- (ii) Andaikan

$$G(x) = \int_0^x \sqrt{e^{2t} + 2t} \, dt$$

untuk segala $x \geq 0$. Tunjukkan bahawa G sentiasa menaik dan graf G sentiasa cekung ke atas pada $[0, \infty)$.

(30/100)

- (b) Nilaikan kamiran-kamiran berikut:

(i) $\int_{-1}^5 |2x-3| \, dx$ (ii) $\int x \tan^{-1} x \, dx$

(iii) $\int e^{3x} \cos 2x \, dx$ (iv) $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2 + 9}} \, dx$

.../4

$$(v) \int \frac{11x + 2}{2x^2 - 5x - 3} dx \quad (vi) \int \frac{x^5}{(x^2 + 4)^2} dx$$

$$(vii) \int_{-1}^1 2^{3x-1} dx$$

(70/100)

- oo0oo -