

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang 1993/94

Oktober/November 1993

MAK191 - Matematik I

[Masa: 3 jam]

---

Jawab **SEMUA** soalan.

1. (i) Jika  $x$  sebarang nombor dan  $x \neq 1$ , dengan menggunakan kaedah aruhan buktikan bahawa  $1 + x + x^2 + \dots + x^n = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$  bagi  $n \geq 1$ ,  $n$  integer.

(60/100)

- (ii) Jika  $a > 1$  dan  $r, s$  nombor-nombor nisbah dengan  $r > s > 0$ , tunjukkan bahawa

$$\frac{a^r - 1}{r} > \frac{a^s - 1}{s}.$$

(40/100)

2. (i) Jika  $f(x) = |x|$ , tunjukkan bahawa  $f$  tidak terbezakan pada titik 0.

(30/100)

- (ii) Dengan menggunakan petua L'Hôpital, nilaikan

$$\text{had}_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{x}$$

(35/100)

(iii) Dengan menggunakan penggantian  $y = x + 1$ , atau cara lain, nilaikan

$$\int_{-1}^2 \frac{3}{x^2 + 2x + 10} dx$$

(35/100)

3. (i) Cari  $\frac{dy}{dx}$  jika  $4xy^3 - x^2y + x^3 - 5x + 6 = 0$ .

(40/100)

(ii) Dengan menggunakan Teorem Penyepit, buktikan bahawa

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x} = 0$$

(60/100)

4. (i) Selesaikan

$$\int \frac{2x^2 + 2x + 3}{(x + 2)(x^3 + 3)} dx$$

(35/100)

(ii) Dengan menggunakan kaedah penggantian (pembolehubah), nilaikan

$$\int_2^{10} \frac{3}{\sqrt{5x - 1}} dx$$

(35/100)

(iii) Tentukan sama ada fungsi berikut genap atau ganjil atau bukan keduanya

$$f(x) = \frac{2x}{|x|}$$

(30/100)

.../3

5. (i) Selesaikan persamaan pembezaan berikut:

$$\frac{dy}{dx} - y \tan x = \cos^2 x, \text{ dengan } y = 1 \text{ apabila } x = \pi.$$

(35/100)

- (ii) Cari penyelesaian am bagi persamaan pembezaan berikut:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4 \frac{dy}{dx} + 4y = 2x + e^{-2x}.$$

(35/100)

- (iii) Fungsi  $f$  ditakrifkan seperti berikut:

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & , \quad x \leq \frac{\pi}{6} \\ ax + 2 & , \quad x > \frac{\pi}{6} \end{cases}, \text{ di sini } a \text{ pemalar}$$

Dengan menggunakan takrif keselanjaran pada suatu titik, cari nilai  $a$  (jika wujud) yang akan menjadikan  $f$  selanjur pada titik  $x = \frac{\pi}{6}$ .

(30/100)

6. Cari nilai-nilai  $\lambda$  supaya sistem persamaan linear berikut adalah konsisten

$$\begin{aligned} 5x + (\lambda + 1)y - 5 &= 0 \\ (1 - \lambda)x + 7y + 5 &= 0 \\ 3x + 5y + 1 &= 0 \end{aligned}$$

(60/100)

Dengan menggunakan rumus yang melibatkan  $\text{adj}(A)$ , cari matriks songsang bagi

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

(40/100)