

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang 1993/94

Oktober/November 1993

MAK110 - Kalkulus Dan Aljabar Linear

[Masa: 3 jam]

---

Jawab LIMA soalan sahaja.

1. (a) Selesaikan ketaksamaan

$$\frac{3}{x-9} > \frac{2}{x+2}$$

[20 markah]

- (b) Cari had-had berikut, jika wujud

(i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + 2x - 1}{3x}$

(ii)  $\lim_{x \uparrow \frac{\pi}{2}} \frac{4 \tan x}{1 + \sec x}$

(iii)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

(iv)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{x^2}$

[30 markah]

- (c) Cari luas rantau di antara  $f(x) = 6 - 3x^2$  dengan  $g(x) = 3x$  pada selang  $[0,2]$ .

[20 markah]

- (d) Jika  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ , cari adjoin A

[30 markah]

2. (a) Katakan  $f(x) = x^3 + 10x^2 + 25x - 50$ .

- (i) Gunakan ujian terbitan kedua untuk mencari ekstremum setempat.
- (ii) Bincangkan kecekungan  $f$ .
- (iii) Dapatkan titik lengkok balas  $f$ .
- (iv) Lakarkan graf  $f$ .

[40 markah]

(b) Tunjukkan bahawa

$$\int \sin^n x \, dx = -\frac{1}{n} \cos x \sin^{n-1} x + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x \, dx$$

Kemudian selesaikan

$$\int \sin^4 x \, dx$$

[30 markah]

(c) Cari empat sebutan pertama jujukan  $\{S_n\}$  dan dapatkan rumus am bagi  $S_n$  jika diberi siri yang dijanakan oleh  $S_n$  adalah  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ .  
Kemudian tentukan sama ada siri ini menumpu atau mencapah.

[30 markah]

3. (a) Tuliskan Teorem Asasi Kalkulus bahagian kedua.

[15 markah]

(b) Selesaikan

(i)  $\int_{-2}^3 |x| \, dx$

(ii)  $\int_{-1}^1 (x+1)(x+2)(x+3) \, dx$

(iii)  $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^3}$

[30 markah]

- (c) Jika  $s = 3r^2 - 2\sqrt{r+1}$  dan  $r = t^3 + t^2 + 1$ , cari  $\frac{ds}{dt}$  apabila  $t = 1$ .

[20 markah]

- (d) Selesaikan sistem persamaan

$$\begin{aligned}x + y + z &= 4 \\x + 2y + 2z &= 2 \\-x - y + z &= 2\end{aligned}$$

dengan menggunakan Petua Cramer.

[35 markah]

4. (a) Bezakan terhadap  $x$

(i)  $y = \frac{(x-1)(x-3)}{(x+1)(x+3)}$

(ii)  $y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$

(iii)  $3x^2 - xy^2 + \frac{1}{y} = 1$

(iv)  $y = \frac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{\ln x}}$

(v)  $y = e^{-3x} \tan \sqrt{x}$

(vi)  $y = 4x^3 - x^2 \sin^3\left(\frac{1}{x}\right)$

[30 markah]

- (b) Katakan

$$U_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \ln n.$$

Tunjukkan

- (i)  $\{U_n\}$  menyusut  
(ii)  $\{U_n\}$  terbatas  
(iii)  $\{U_n\}$  menumpu.

[40 markah]

(c) Jika

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & 4 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

Cari penentu A.

[30 markah]

5. (a) Selesaikan

(i) 
$$\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$$

(ii) 
$$\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{1-e^{4x}}} dx$$

(iii) 
$$\int \sec^3 x dx$$

[45 markah]

(b) Selesaikan sistem persamaan

$$\begin{aligned} x + 2z &= 6 \\ -3x + 4y + 6z &= 30 \\ -x - 2y + 3z &= 8 \end{aligned}$$

dengan menggunakan

- (i) Operasi baris permulaan.  
 (ii) Petua Cramer.

[55 markah]

6. (a) Cari nilai kamiran berikut jika ia menumpu.

(i) 
$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{4+x^2}$$

(ii) 
$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

(iii) 
$$\int_e^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}$$

(iv) 
$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x(x+1)}$$

[20 markah]

- (b) Dapatkan ekstremum setempat bagi

$$f(x) = x^3 - x^2 - 40x + 8.$$

Tentukan selang-selang  $f$  menokok atau menyusut.

[30 markah]

- (c) Jika  $f(x) = 3x^{2/3} - 10$ , cari panjang lengkok  $f$  dari  $A(8,2)$  hingga  $B(27,17)$ .

[20 markah]

- (d) Jika  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

Cari  $A^{-1}$ . Kemudian selesaikan sistem persamaan.

$$\begin{aligned} x + y + z &= 2 \\ x + z &= 0 \\ x - y &= 2 \end{aligned}$$

[30 markah]

- ooo00ooo -