

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang  
Sidang 1994 / 95

Jun 1995

**MAA 116 - ALJABAR LINEAR & STATISTIK I**

Masa : 3 jam

---

Jawab **semua** soalan dalam kedua-dua bahagian.

**Bahagian Aljabar Linear.**

**Arahan :**

- (i) Bagi setiap subsoalan (1 - 30) dalam soalan I dan II, pilih jawapan yang paling sesuai dan tandakan pilihan anda dengan  $\checkmark$  dalam kertas jawapan yang disediakan di belakang buku-soalan ini. Jawapan X bermakna keempat-empat jawapan yang disediakan di atas tidak sesuai.
- (ii) Jangan ikat kertas jawapan ini dengan buku jawapan bahagian Statistik.
- (iii) Markah tidak akan ditolak bagi pilihan yang salah dalam subsoalan (1 - 25).
- (iv) Kalau tidak yakin dengan subsoalan (26 - 30), jangan jawab.
- (v) Sebarang pertanyaan sewaktu peperiksaan tidak akan dilayani. Cuba sebaik yang mungkin. Semoga berjaya.

**Soalan I**

(100 markah)

1. Darpada 100 orang pelajar, didapati bahawa bilangan pelajar yang mengambil Matematik (M), Fizik (F) dan Kimia (K) adalah seperti berikut : M(26), F(48), F dan K(8), M tanpa K(23), M sahaja (16), M dan F(8), tanpa M atau F atau K(24). Maka bilangan pelajar yang mengambil K sahaja ialah :  
(a) 10                      (b) 11                      (c) 12                      (d) 13                      (e) 14
  
2. Bilangan unsur dalam set  $W = \{(x, y) \mid x, y \in Z, x^2 + y^2 < 4\}$  ialah  
(a) 6                      (b) 7                      (c) 8                      (d) 9                      (e) X

.../2

3. A, B dan C adalah set. Maka :

- (a)  $(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$
- (b)  $(A \cup B) \cap C = (A \cap B) \cup C$
- (c)  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup B$
- (d)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- (e) X

4.  $A = (a_{ij}) \in M_{3 \times 3}$  dan  $a_{ij} = i^2 + j^2$ . Maka pemasukan (3, 1) dari  $A^2 = AA$  ialah

- (a) 265
- (b) 652
- (c) 526
- (d) 256
- (e) 625

5.  $A, B \in M_{2 \times 3}$ ,  $C \in M_{3 \times 3}$  dan  $D \in M_{2 \times 1}$ . Maka peringkat  $(CB^T + A^T)D$  adalah sama dengan peringkat matriks :

- (a)  $A + B$
- (b)  $C$
- (c)  $C(A + B)^T D$
- (d)  $AD^T$
- (e) X

6. 
$$\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow x + y + z + w = :$$

- (a) 0
- (b) 1
- (c) -1
- (d) 2
- (e) -2

Petunjuk : takrif songsang suatu matriks.

7.  $A \in M_{3 \times 3}$  dan A singular. Maka b.e.b.t.A ialah

- (a)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- (b)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- (c)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
- (d)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- (e)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- 3 -

8.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ . Maka

(a) A tak singular      (b) pangkat A = 3

(c) b.e.b.t.A =  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(d)  $AX = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  mempunyai penyelesaian  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  sahaja

(e) X

9.  $A = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$  dan  $xw - yz = -1$ . Maka  $A^{-1} = :$

(a)  $\begin{pmatrix} w & -y \\ -z & x \end{pmatrix}$       (b)  $\begin{pmatrix} -w & y \\ z & -x \end{pmatrix}$       (c)  $\begin{pmatrix} x & z \\ y & w \end{pmatrix}$

(d)  $\begin{pmatrix} -x & z \\ y & -w \end{pmatrix}$       (e) X

10.  $A \in M_{3 \times 3}$  dan  $E_1^2 (-2) E_3 (4)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ . Maka  $A^{-1} = :$

(a)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$       (b)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$       (c)  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

(d)  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$       (e) X

11.  $A \in M_{3 \times 3}$  dan  $A^3 + 2A^2 = I_3 - 3A$ . Maka

- (a)  $A$  singular                      (b)  $A^{-1} = 3I_3 + 2A + A^2$   
 (d)  $A = I_3$                               (e) X

(c)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$

12.  $A = \begin{pmatrix} 1-x & 2 & 3 \\ 2 & 3-x & 1 \\ 3 & 1 & 2-x \end{pmatrix}$  adalah singular. Maka  $x = :$

- (a) 0                      (b) 2                      (c) 4                      (d) 6                      (e) 8

13.  $\begin{matrix} x + y - z = 1 \\ x - 2y + z = 2 \\ 2x - y = 1 \end{matrix}$  Maka sistem persamaan ini

- (a) mempunyai penyelesaian  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$   
 (b) mempunyai tak terhingga banyak penyelesaian  
 (c) konsisten                      (d) tak konsisten                      (e) X

14. Sistem persamaan yang diberi dengan matriks imbuhan

$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 3 & -1 & 5 & 2 \\ 4 & 1 & x^2-14 & x+2 \end{array} \right)$  tak konsisten. Maka  $x = :$

- (a) 4                      (b) -4                      (c) 3                      (d) -3                      (e) X

15.  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -4 \\ -1 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ . Maka  $|AA| = :$

- (a) 168                      (b) 170                      (c) 172                      (d) 174                      (e) X

**Soalan II**

(100 markah)

16.  $A = \begin{pmatrix} x & y & z \\ y & z & x \\ z & x & y \end{pmatrix}$ .

Tuliskan  $p = x + y + z$ ,  $q = xy + yz + zx$  dan  $r = x^2 + y^2 + z^2$ . Maka  $|A| =$  :

- (a)  $p(q + r)$                       (b)  $p(q - r)$                       (c)  $q(p + r)$   
 (d)  $q(p - r)$                       (e) X

Petunjuk : Gunakan  $R_1^2(1)$  dan  $R_1^3(1)$

17.  $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ . Maka

- (a) A tak singular                      (b) pangkat  $A = 4$   
 (c) b.e.b.t  $A = I_4$                       (d)  $AX = \vec{0}$  mempunyai penyelesaian  $\vec{0}$  sahaja  
 (e) X

18.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ . Maka

- (a)  $|A| = 18$                       (b)  $A \text{ adj } A = \begin{pmatrix} 18 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 18 \end{pmatrix}$   
 (c)  $| \text{adj}(2A) | = 1296$  (d)  $\text{adj } A = -18A^{-1}$                       (e) X

- 6 -

19.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ . Maka

- (a) -3 adalah suatu nilai-eigen A
- (b) 1 adalah suatu nilai-eigen A
- (c)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  adalah suatu vektor-eigen A
- (d)  $\begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}$  adalah suatu vektor-eigen A
- (e) X

20.  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ . Maka salah satu pernyataan berikut tak benar.

- (a) nilai-eigen bagi  $A^3$  ialah 1 dan 27
- (b) nilai-eigen bagi  $A^T$  ialah 1 dan 3
- (c) nilai-eigen bagi  $A^{-1}$  ialah 1 dan  $\frac{1}{3}$
- (d) nilai-eigen bagi  $(A \text{ adj } A)^2$  ialah 1 dan 9
- (e) X

21.  $ax + by - c = 0$ ,  $px + qy + d = 0$ , dan  $bp - aq + 168 = 0$ . Jika a, b, c, d, p dan q adalah pemalar, maka x =

- (a)  $\frac{1}{168} \begin{vmatrix} c & b \\ -d & q \end{vmatrix}$
- (b)  $\frac{-1}{168} \begin{vmatrix} c & b \\ d & q \end{vmatrix}$
- (c)  $\frac{1}{168} \begin{vmatrix} b & c \\ q & -d \end{vmatrix}$
- (d)  $\frac{-1}{168} \begin{vmatrix} b & c \\ q & d \end{vmatrix}$
- (e) X

Petunjuk : Petua Cramer

.../7

- 7 -

22.  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ . Maka

(a) 0 adalah suatu nilai-eigen A

(b)  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  adalah suatu vektor-eigen A

(c)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  adalah suatu vektor-eigen A

(d)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  adalah suatu vektor-eigen A sepadan dengan nilai-eigen 5

(e)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  adalah suatu vektor-eigen A sepadan dengan nilai-eigen 5

Petunjuk : Gunakan takrif  $AX = \lambda X$

23. A, B dan C adalah matriks  $n \times n$ . Maka

(a)  $AB = BA$

(b)  $(A + B)^2 = A^2 + B^2 + 2AB$

(c)  $AB = AC \Rightarrow B = C$

(d)  $AB - 2A + B^2 - 2B + 2CB - 4C = (A + B + 2C)(B - 2I_n)$

(e) X

24.  $E_j^1$ ,  $E_i(c)$  dan  $E_j^1(c)$  adalah matriks baris permulaan dari  $M_{3 \times 3}$ . Maka salah satu pernyataan berikut tak benar :

- (a)  $(E_j^1)^{-1} = E_j^1$       (b)  $E_i(c)E_i(\frac{1}{c}) = I_3$       (c)  $|E_j^1(4)| = 4$   
 (d)  $E_j^1 E_i(c) E_j^1$  (d) adalah tak singular      (e) X

25. A dan B adalah matriks 2 x 2 yang  $|A| = 4$  dan pangkat (B) = 1. Maka

- (a)  $|AB| = 4$       (b) pangkat (AB) = 2  
 (c)  $ABX = \vec{0}$  mempunyai penyelesaian unik  
 (d) b.e.b.t (AB) bukan  $I_2$       (e) X

26. Diberi  $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$  dan  $A^T = -A$ . Maka  $a + b + c + d + e + f + g + h + i =$

- (a) 1      (b) 2      (c) 3      (d) 4      (e) X

27. A adalah matriks tak singular. Maka salah satu pernyataan berikut tak benar :

- (a)  $A^{1668}$  tak singular      (b)  $(A^{-1})^T$  tak singular  
 (c)  $A^T$  tak singular      (d)  $AX = \vec{b}$  mempunyai penyelesaian unik  
 (e) X

28.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ . Maka salah satu pernyataan berikut tak benar.

- (a) AB tak singular  
 (b)  $|E_1(2) E_3^1(5) E_2^1 AB| = 288$   
 (c) b.e.b.t. (AB) =  $I_3$   
 (d) songsang (AB) wujud  
 (e) X



29.  $A = (a_{ij})$ ,  $B = (b_{ij})$  dan  $C = (c_{ij})$  adalah matriks  $2 \times 2$  dengan  $a_{ij} = i^2 + j^2$ ,  $b_{ij} = i + j$  dan  $c_{ij} = i - j$ . Maka pemasukan  $(2, 1)$  dari  $AB + AC$  ialah :
- (a) 40            (b) 41            (c) 42            (d) 43            (e) X
30.  $A, B = M_{3 \times 3}$ . Maka
- (a) pangkat  $A +$  pangkat  $B =$  pangkat  $(A + B)$
- (b) (pangkat  $A$ ) (pangkat  $B$ ) = pangkat  $(AB)$
- (c) b.e.b.t  $A +$  b.e.b.t  $B =$  b.e.b.t  $(A + B)$
- (d) (b.e.b. t  $A$ ) (b.e.b.t  $B$ ) = b.e.b.t  $(AB)$
- (e)  $AX = \vec{0}$  mempunyai tak terhingga banyak penyelesaian dan  $BX = \vec{0}$  mempunyai penyelesaian unik  $\Rightarrow ABX = \vec{0}$  mempunyai tak terhingga banyak penyelesaian.

**BAHAGIAN STATISTIK**

**Soalan III**

- (a) Jadual III menunjukkan data kekuatan kompresif aloi.

Jadual III

105	221	183	186	121	181	180	143
97	154	153	174	120	168	167	141
245	228	174	199	181	158	176	110
163	131	154	115	160	208	158	133
207	180	190	193	194	133	156	123
134	178	76	167	184	135	229	146
218	157	101	171	165	172	158	169
199	151	142	163	145	171	148	158
160	175	149	87	160	237	150	135
196	201	200	176	150	170	118	149

Binakan sebuah plot tangkai-dan-daun. Berikan komen tentang taburan data tersebut daripada segi frekuensi, bentuk dan nilai pusat.

Apakah kebaikan menggunakan plot tangkai-dan-daun?

(70 markah)

- (b) Gambarajah III menunjukkan plot tangkai-dan-daun untuk 25 cerapan hasil-hasil batch dari sebuah proses kimia.

Gambarajah III

Tangkai	Daun	Tangkai	Daun	Tangkai	Daun
6	1 3 4 5 5 6	6L	1 3 4	6z	1
7	0 1 1 3 5 7 8 8 9	6U	5 5 6	6t	3
8	1 3 4 4 7 8 8	7L	0 1 1 3	6f	4 5 5
9	2 3 5	7U	5 7 8 8 9	6s	6
		8L	1 3 4 4	6e	
		8U	7 8 8	7z	0 1 1
		9L	2 3	7t	3
		9U	5	7f	5
				7s	7
				7e	8 8 9
				8z	1
				8t	3
				8f	4 4
				8s	7
				8e	8 8
				9z	
				9t	2 3
				9f	5
				9s	
				9e	

(a)

(b)

(c)

Berikan komen tentang kesesuaian tangkai-dan-daun di dalam setiap plot (a), (b) dan (c).

(30 markah)

#### Soalan IV

- (a) 266 sampel udara telah dikelaskan berdasarkan kepada kehadiran dua molekul luar biasa. Biarkan A menandakan peristiwa yang mengandungi semua sampel udara yang mana molekul luar biasa 1 wujud, dan biarkan B menandakan peristiwa yang mengandungi semua sampel udara yang mana molekul luar biasa 2 wujud. Jadual IV menunjukkan molekul-molekul dalam sampel-sampel udara.

Jadual IV

		Molekul 1 wujud	
		Ya	Tidak
Molekul 2 wujud	Ya	212	24
	Tidak	18	12

Dengan menggunakan keputusan-keputusan di dalam Jadual IV, dapatkan  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(A|B)$  dan  $P(B|A)$ .

Lukiskan gambarajah pokok untuk keputusan tersebut.

(30 markah)

- (b) Setiap sampel udara mempunyai 10% kebarangkalian untuk mengandungi sesuatu molekul luar biasa. Andaikan bahawa sampel-sampel adalah tak bersandar untuk kewujudan molekul luar biasa. Dapatkan
- kebarangkalian bahawa dalam 18 sampel yang berikutan, tepat-tepat 2 mengandungi molekul luar biasa,
  - kebarangkalian bahawa sekurang-kurangnya empat sampel mengandungi molekul luar biasa, dan
  - kebarangkalian bahawa di antara 3 dan 7 sampel mengandungi molekul luar biasa.

(30 markah)

- 12 -

- (c) Sebuah makalah di dalam Jurnal "Materials Engineering" (1989, Jld. II, No. 4, ms. 275 - 281) menghuraikan keputusan-keputusan ujian-ujian keadaan melekat tensil pada 22 U-700 spesimen aloi. Muatan pada kegagalan spesimen adalah seperti yang berikut (dalam MPa) :

19.8	18.5	17.6	16.7	15.8
15.4	14.1	13.6	11.9	11.4
11.4	8.8	7.5	15.4	15.4
19.5	14.9	12.7	11.9	11.4
10.1	7.9			

Apakah min sampel dan sisihan piawai sampel untuk data tersebut?

Adakah data tersebut menunjukkan bahawa min muatan pada kegagalan melebihi 10 MPa? Buatkan andaian untuk taburan data tersebut, dan gunakan  $\alpha = 0.05$ .

(40 markah)

- ooo000ooo -

Bil. Tempat Duduk : \_\_\_\_\_

Angka Giliran : \_\_\_\_\_  
 (gunakan huruf)

\_\_\_\_\_ (gunakan angka)

Tajuk Kertas : \_\_\_\_\_  
 (sebagaimana yang dicetak di atas kertas soalan)

Kod Kertas : \_\_\_\_\_

Tempat (Pusat Peperiksaan) : \_\_\_\_\_

Tarikh : \_\_\_\_\_

**Kertas jawapan ini diasingkan dengan kertas jawapan Bahagian Statistik.**

SOALAN 1					
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
7.					
8.					
9.					
10.					
11.					
12.					
13.					
14.					
15.					

SOALAN II					
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
16.					
17.					
18.					
19.					
20.					
21.					
22.					
23.					
24.					
25.					
26.					
27.					
28.					
29.					
30.					

**Table 2 Percentage points of Student's *t*-distribution**

$\alpha$	.10	.05	.025	.01	.005	.001
$\nu$						
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.310
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160
$\infty$	1.282	1.645	1.960	2.326	2.578	3.090

