UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2000/2001

April/Mei 2001

MAA 111 – Aljabar Linear

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA EMPAT** soalan.

...2/-

1. (a) Diberi matriks

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} 20 & 30 \\ 12 & -13 \end{bmatrix}$$

Cari (i) $6A + 7B$ (ii) AB

(20/100)

(b) (i) Diberi matriks $A = (a_{ij})_{n \times n}$. Tunjukkan bahawa $A + A^T$ adalah simetri dan $A - A^T$ adalah simetri pencong.

(ii) Dapatkan satu matrik simetri S dan satu matrik simetri pencong P sedemikian hingga

$$S + P = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

(40/100)

(c) Diberi matriks $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

(i) Dapatkan semua matriks $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ sedemikian hingga $AB = BA$.

(ii) Dapatkan satu matriks $A = (a_{ij})_{3\times3}$ sedemikian hingga $A^2 = B$.

(40/100)

2. (a) Diberi matriks

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dapatkan (i) A^{-1} , (ii) adj A

(30/100)

...3/-

(b) Nilaikan penentu-penentu berikut:

(i) $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ (ii) $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & 0 \\ 0 & 1 & a & a^2 \\ a^2 & 0 & 1 & a \\ a & a^2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

(30/100)

(c) (i) Cari syarat-syarat bagi a supaya sistem persamaan berikut konsisten

$$ax + y + z = 1$$
$$x + ay + z = 1$$
$$x + y + az = 1$$

(ii) Dapatkan penyelesaian bagi sistem persamaan bahagian (i).

(40/100)

3. (a) Bagi setiap bahagian berikut, tentukan sama ada subset yang diberi itu merupakan subruang bagi R^3.

(i) $S = \{(a,b,c) \mid a+b+c=0 \text{ dan } a,b,c \in R\}$

(ii) $T = \{(a,b,c) \mid a+b+c=1 \text{ dan } a,b,c \in R\}$

(20/100)

(b) Tentukan sama ada set $V = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mid x, y \in R \right\}$ bersama dengan operasi penambahan dan pendaraban skalar berikut merupakan suatu ruang vektor:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ y_1 + y_2 \end{bmatrix}$$

$$\alpha \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$$

(10/100)

(c) Diberi vektor $v = (1, 2, 3, 4)$, $u_1 = (1, 1, 1, -1)$, $u_2 = (1, 1, -1, 1)$, $u_3 = (1, -1, 1, 1)$, dan $u_4 = (-2, 3, 4, 5)$. Adakah v di dalam subruang yang direntangi oleh $\{u_1, u_2, u_3\}$. Adakah set $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ merentangi R^4.

(40/100)

(c) Diberi matriks

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & 6 & -3 & -3 \\ 3 & 10 & -6 & -5 \end{bmatrix}$$

(i) Apakah ruang nol $n(A)$ bagi A?

(ii) Cari suatu asas dan dimensi $n(A)$.

(iii) Dapatkan suatu asas ruang baris A dan suatu asas ruang lajur A.

(30/100)

4. (a) Diberi vektor $u_1 = (1,4,5)$, $u_2 = (2,6,7)$, $u_3 = (3,10,12)$ dan $u_4 = (12,14,16)$. Cari suatu subset dari $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ yang tidak bersandar linear dan merentangi ruang vektor yang direntangi oleh set $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$.

(20/100)

(b) Diberi matriks

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

(i) Cari semua nilai eigen bagi A dan suatu asas setiap ruang eigen.

(30/100)

(ii) Terangkan mengapa A terpepenjurukan. Dapatkan suatu matriks tak singular P dan suatu matriks pepenjuru D sedemikian hingga $P^{-1}AP = D$.

(30/100)

(c) Nyatakan teorem Cayley-Hamilton dan ilustrasikan dengan menggunakan matriks

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

(20/100)

- 000 O 000 -