

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 1997/98

April 1998

MAA 111 - Aljabar Linear

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam TIGA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1. Diketahui bahawa peratus kandungan protin, karbohidrat dan lemak di dalam ikan tuna, roti dan sayur adalah seperti yang dijadualkan di bawah:

	Ikan Tuna	Roti	Sayur
Protin (%)	80	25	30
Karbohidrat (%)	0	70	60
Lemak (%)	20	5	10

Seorang pesakit telah dinasihatkan oleh doktornya untuk memakan hanya 29.5 gram protin, 33 gram karbohidrat dan 7.5 gram lemak sehari.

- (a) Biar x , y dan z masing-masing mewakili bilangan gram ikan tuna, roti dan sayur yang dimakan sehari.
Tuliskan satu sistem persamaan linear yang mewakili masalah di atas.
- (b) Dapatkan suatu persamaan matriks yang setara dengan sistem persamaan linear di atas.
- (c) Selesaikan masalah tersebut dengan menggunakan Teknik Penghapusan Gauss.
Dapatkah pesakit tadi menampung keperluan makanan sehariannya dengan memakan ikan tuna, roti dan sayur sahaja?
- (d) Seorang pesakit lain yang keadaannya lebih serius hanya dibenarkan memakan 30 gram protin, 10 gram karbohidrat dan 2 gram lemak sehari. Dapatkah dia menampung keperluan makanan sehariannya dengan memakan ikan tuna, roti dan sayur sahaja?

(100 markah)

...2/-

2. (a) Huraikan matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ kepada bentuk LU di mana L adalah suatu matriks segitiga bawah dan U adalah suatu matriks segitiga atas.
- (b) Dengan menggunakan keputusan anda di atas, selesaikan persamaan $Ax = \begin{pmatrix} -1.8 \\ 0.9 \\ -2.1 \end{pmatrix}$.
- (c) Gunakan kaedah Gauss-Jordan untuk mendapat matriks A^{-1} .
- (d) Dengan menggunakan keputusan anda di bahagian (c), takhihkan jawapan anda di bahagian (b).
- (e) Nilaikan $|A|$ dengan menggunakan keputusan anda di bahagian (a). Seterusnya, gunakan Petua Garner untuk mendeduksikan nilai penentu matriks

$$\begin{pmatrix} 3 & -1.8 & 2 \\ 1 & 0.9 & -1 \\ 2 & -2.1 & 5 \end{pmatrix}$$

(100 markah)

3. (a) Tentukan sama ada set $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ bersandar linear atau tidak.
- (b) Tuliskan, dalam bentuk yang paling ringkas, ruang yang direntangi oleh set di atas. Apakah dimensi bagi ruang ini?
- (c) Nyatakan pangkat bagi matriks $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- (d) Cadangkan suatu vektor yang boleh ditambahkan ke dalam set yang diberi di bahagian (a) supaya ianya dapat merentangi R^5 .

(100 markah)

...3/-

4. Diberi matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

- (a) Dapatkan nombor-nombor nyata α, β, γ dan vektor-vektor tak sifar $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$ supaya $A\underline{u} = \alpha\underline{u}$, $A\underline{v} = \beta\underline{v}$, $A\underline{w} = \gamma\underline{w}$ dengan $\alpha < \beta < \gamma$. Apakah istilah yang digunakan untuk α, β, γ dan $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$?
- (b) Dapatkan suatu matriks pepenjuru D dan suatu matriks tersongsangkan S supaya $A = SDS^{-1}$.
- (c) Nyatakan nilai-nilai eigen bagi D dan vektor-vektor eigen yang sepadan.
- (d) Nyatakan suatu matriks pepenjuru E dan suatu matriks tersongsangkan T supaya $D \neq E$ dan $D = TET^{-1}$.
- (e) Jika B dan C adalah matriks $n \times n$ yang serupa, buktikan bahawa nilai-nilai eigen bagi B dan C adalah sama.

(100 markah)

- ooo0ooo -