

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1992/93

Oktober/November 1992

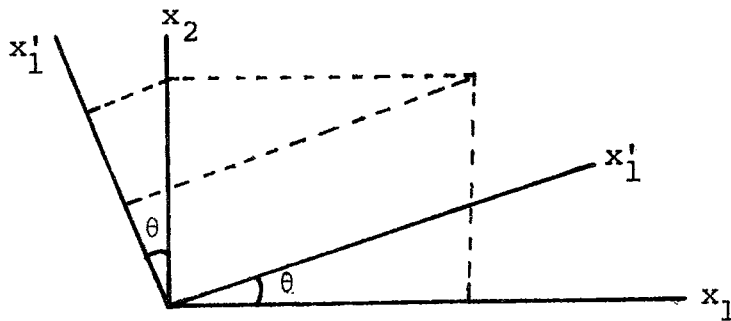
ZCC 301/3 - Ilmu Mekanik Klasik II

Masa : (3 jam)

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi ENAM muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua EMPAT soalan.
Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a)

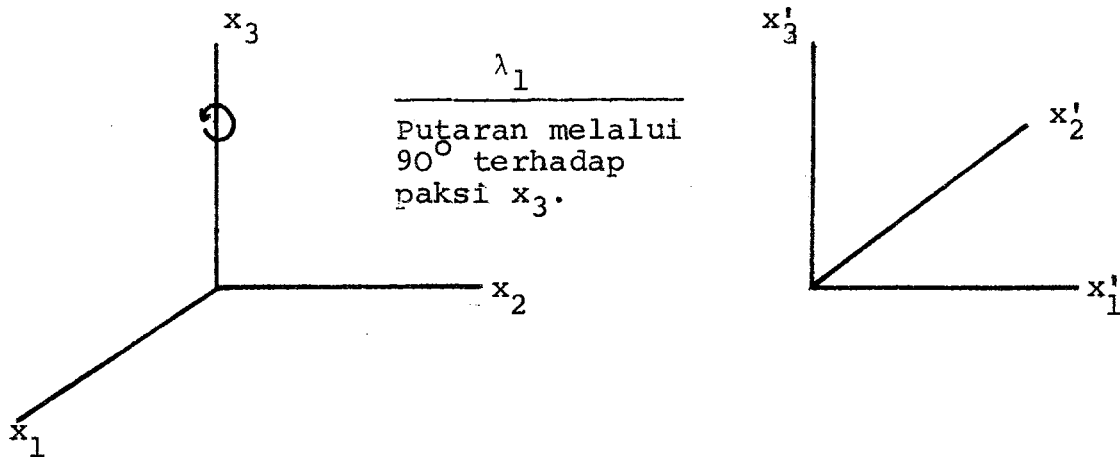


Pertimbangkan suatu titik P yang mempunyai koordinat (x_1, x_2, x_3) merujuk kepada suatu sistem koordinat tetap (tak tanda). Jika sistem koordinat tersebut mengalami suatu putaran melalui sudut θ terhadap paksi x_3 dan koordinat baru titik P di dalam sistem putaran (tanda) ialah (x'_1, x'_2, x'_3) tentukan hubungan titik P di dalam sistem koordinat tak tanda dengan sistem tanda.

(15/100)

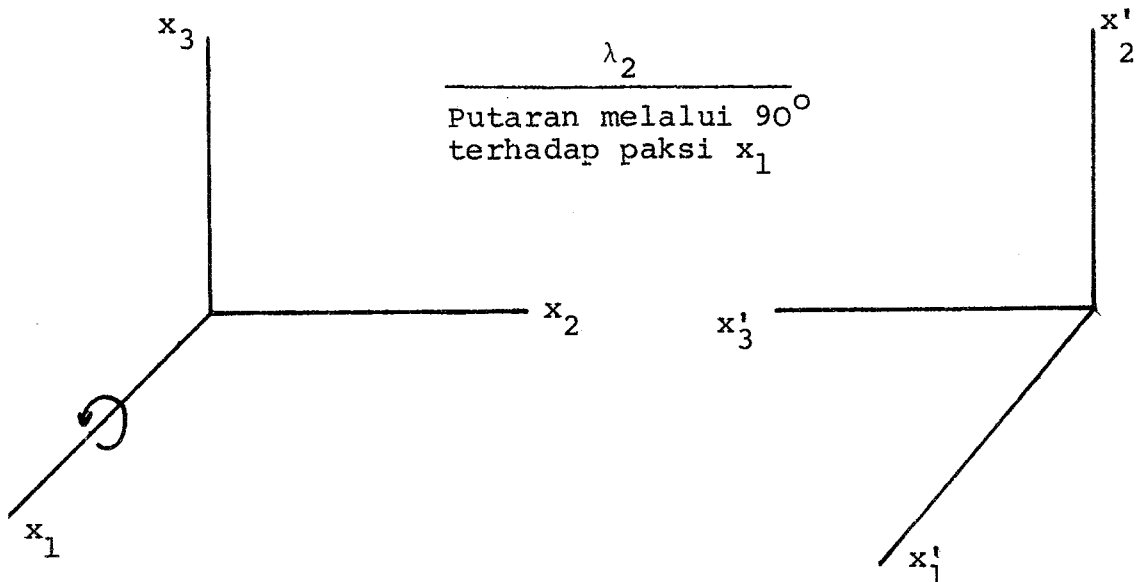
- 2 -

- (b) Pertimbangkan kes paksi koordinat diputar anti arah jam melalui sudut 90° terhadap paksi x_3 seperti yang ditunjukkan di dalam rajah di bawah.



Dapatkan hubungan koordinat-koordinat di antara dua sistem ini dan kemudian tentukan matriks transformasi λ_1 untuk putaran tersebut.

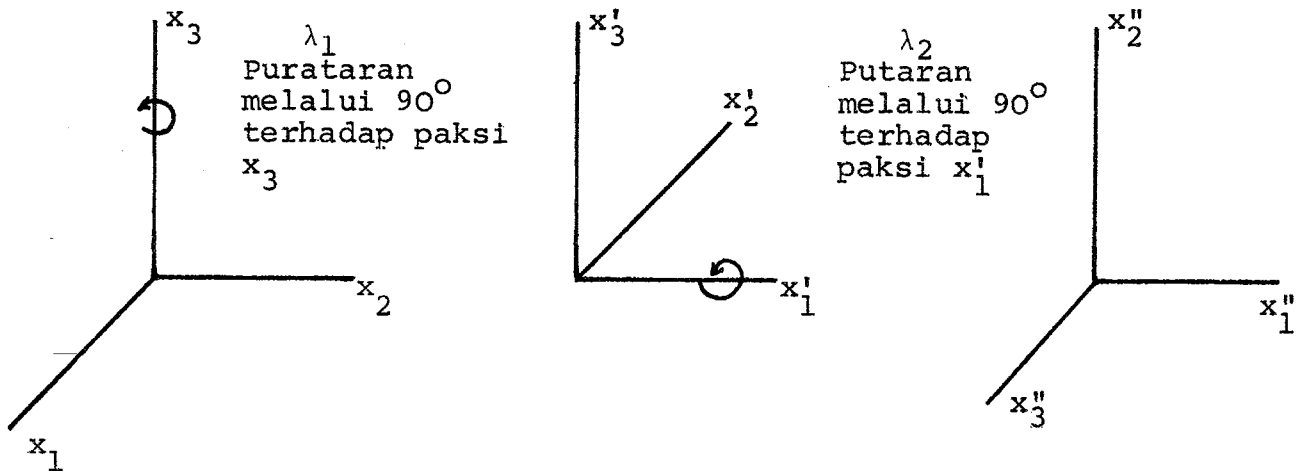
Sekarang pertimbangkan putaran anti arah jam melalui 90° terhadap paksi x_1 seperti yang ditunjukkan di dalam rajah di bawah.



Dapatkan hubungan koordinat-koordinat di antara dua sistem ini dan tentukan matriks transformasi λ_2 untuk putaran tersebut.

- 3 -

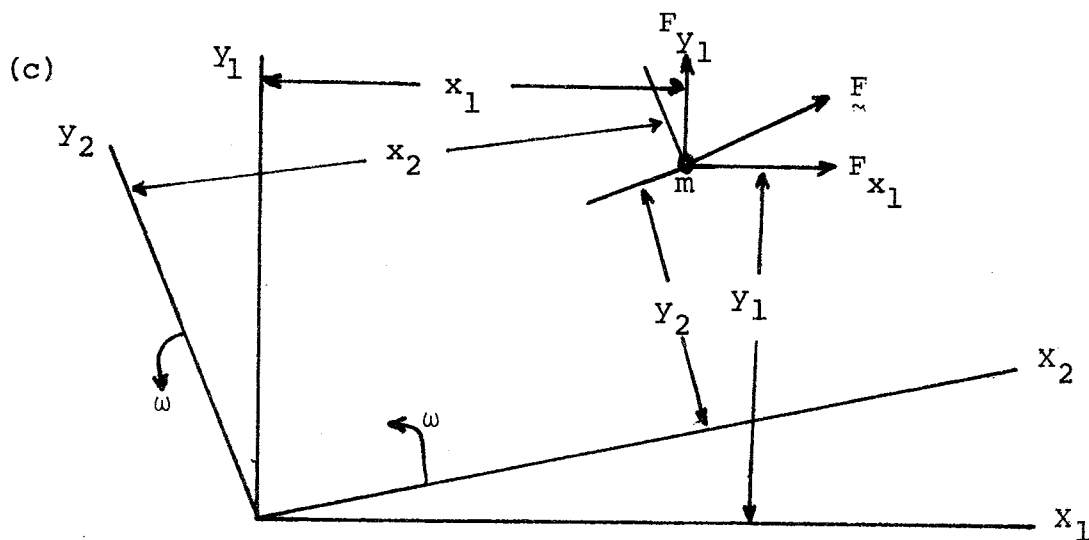
Dapatkan matriks transformasi λ bagi transformasi gabungan, iaitu putaran terhadap paksi x_3 yang diikuti pula oleh putaran paksi x_1 .



Tentukan orientasi terakhir.

Adakah $\lambda_2 \lambda_1 = \lambda_1 \lambda_2$ (buktikan)?

(30/100)



Pertimbangkan gerakan suatu zarah yang mempunyai jisim m seperti yang ditunjukkan di dalam rajah di atas. Paksi $x_2 y_2$ berputar dengan halaju sudut ω (malar) terhadap paksi inersial $x_1 y_1$.

...4/-

Tuliskan persamaan-persamaan gerakan di dalam sistem inersial. Kemudian tunjukkan bahwa persamaan-persamaan gerakan merujuk kepada sistem takinersial ialah

$$F_{x_2} = m\ddot{x}_2 - mx_2\omega^2 - 2m\omega\dot{y}_2$$

$$F_{y_2} = m\ddot{y}_2 - my_2\omega^2 - 2m\omega\dot{x}_2 \quad (55/100)$$

Nyatakan sebutan-sebutan tak inersial di dalam persamaan-persamaan ini.

2. (a) Vektor kedudukan bagi suatu zarah yang bergerak di dalam suatu satah pada masa t di beri oleh

$$\underline{r} = (a \cos \omega t)\underline{i} + (b \sin \omega t)\underline{j}$$

Tunjukkan bahawa pecutan zarah tersebut terarah terhadap asalan.

(10/100)

- (b) Jika $\alpha = d\omega/dt$ ialah pecutan sudut bagi suatu zarah yang berputar terhadap paksi tetap z , tunjukkan bahawa vektor pecutan \underline{a} dapat diungkapkan seperti

$$(i) \quad \underline{a} = \underline{\omega} \times \underline{v} + \alpha \times \underline{r}$$

$$\text{atau (ii) } \underline{a} = -\omega^2 \underline{r} + \alpha \times \underline{r}$$

di sini r ialah jarak zarah dari asal O yang terletak pada paksi z .

(15/100)

- (c) Tunjukkan bahawa apabila suatu zarah berputar dengan halaju sudut malar keikalan medan halaju adalah dua kali ganda halaju sudut zarah tersebut.

(15/100)

...5/-

- (d) Daya tarikan di antara suria dan planet diberi oleh

$$\vec{f} = -\left(\frac{GmM}{r^3}\right) \vec{r}$$

di sini G ialah pemalar graviti, m ialah jisim planet, M ialah jisim suria dan \vec{r} ialah vektor kedudukan planet dari suria sebagai asal.

- (i) Dengan menggunakan hukum Newton kedua tunjukkan bahawa

$$\frac{d}{dt} (\vec{r} \times \vec{v}) = \vec{r} \times \left(-\frac{GM}{r^3} \vec{r}\right) = 0$$

dan demikian bagi vektor pemalar h yang sembarangan

$$\vec{r} \times \vec{v} = \vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{h}$$

(15/100)

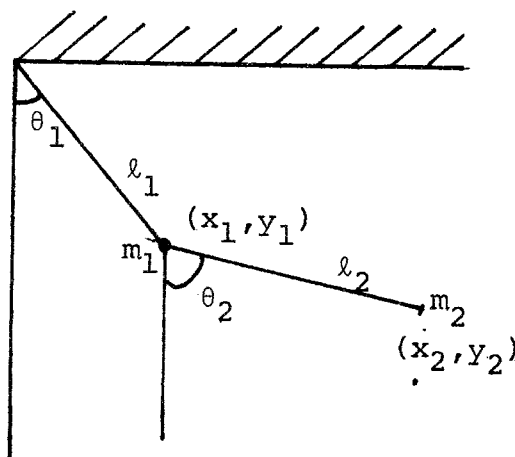
- (ii) Tunjukkan bahawa $\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}h$ di sini A ialah luas yang diliputi oleh \vec{r} , dengan itu buktikan hukum Kepler kedua bagi gerakan planet.

(45/100)

Perhatikan bahawa bagi dua vektor \vec{f} dan \vec{g}

$$\nabla \times (\vec{f} \times \vec{g}) = \vec{f}(\nabla \cdot \vec{g}) - \vec{g}(\nabla \cdot \vec{f}) + (\vec{g} \cdot \nabla) \vec{f} - (\vec{f} \cdot \nabla) \vec{g}$$

3.



- 6 -

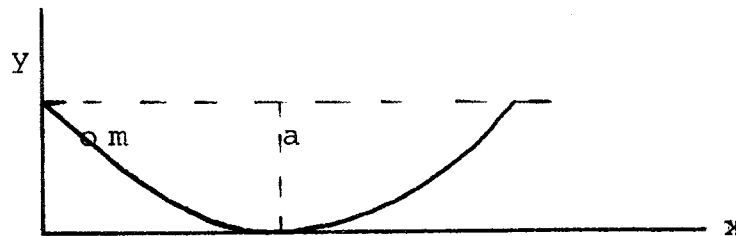
Sebuah bandul dubel berayun di dalam satah tegak seperti yang ditunjukkan di dalam rajah di atas. Di sini l_1 dan l_2 masing-masing ialah panjang bandul yang mempunyai jisim m_1 dan m_2 . θ_1 dan θ_2 masing-masing ialah sudut di antara bandul-bandul tersebut dengan paksi x. (a) Tuliskan Lagrangean untuk sistem ini, (b) Dapatkan persamaan-persamaan gerakan.

(100/100)

4. Tunjukkan bahawa perumusan mekanik Lagrange setara dengan mekanik Newton, iaitu (a) tunjukkan bahawa kedua-dua set persamaan gerakan itu sama dan seterusnya (b) dapatkan prinsip Hamilton daripada persamaan gerakan Newton.

(60/100)

(c) Suatu manik bergelongsor tanpa geseran di atas suatu dawai yang berbentuk sikloid.



Persamaan sikloid ialah $x = a(\theta - \sin \theta)$, $y = a(1 + \cos \theta)$, di sini $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Dapatkan (i) Lagrangean bagi sistem ini, (ii) persamaan-gerakan.

(40/100)

- oooOoooo -