

Ogos/September 1998

MAA 101 - Kalkulus

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam TIGA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1.(a) Jika $f(x) = \frac{1}{x+1}$, dapatkan semua nilai x yang memenuhi $f\left(\frac{1}{x+1}\right) = f\left(\frac{2x+1}{2x+4}\right)$.

(15/100)

(b) Kira had berikut:

(i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x} - x)$

(ii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{\sqrt{x^3 + x^2}}{x} \right)$

(45/100)

(c) Andaikan

$$f(x) = \begin{cases} \alpha x + 3, & \text{jika } x < 1 \\ 2, & \text{jika } x = 1. \\ x^2 + \beta, & \text{jika } x > 1 \end{cases}$$

(i) Tentukan nilai α dan β supaya f selanjur bagi semua $x \in (-\infty, +\infty)$.

(ii) Dengan menggunakan nilai α dan β yang telah diperolehi di bahagian (i), buktikan bahawa f tak terbeza pada $x = 1$.

(40/100)

2.(a) Tentukan nilai a , b dan c yang menjamin fungsi $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ mempunyai ekstremum relatif pada titik $(2, 11)$ dan titik lengkok balas pada $(1, 5)$.

(20/100)

(b) Andaikan f fungsi selanjur pada $(-\infty, +\infty)$ dan memenuhi syarat-syarat berikut:

$f(-1) = 3,$

$f(0) = 2, f(2) = -1, f(3) = -2;$

$f'(-1) = f'(3) = 0;$

$$f'(x) > 0 \text{ jika } x < -1 \text{ dan } x > 3,$$

$$f'(x) < 0 \text{ jika } -1 < x < 3;$$

$$f''(x) < 0 \text{ jika } x < 2,$$

$$f''(x) > 0 \text{ jika } x > 2;$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty.$$

- (i) Tentukan selang f menokok dan selang f menyusut,
- (ii) Nyatakan titik ekstremum relatif f ,
- (iii) Nyatakan selang graf f cekung ke atas dan selang graf f cekung ke bawah,
- (iv) Nyatakan titik lengkok balas f ,
- (v) Lakarkan graf f .

(30/100)

- (c) Dapatkan terbitan fungsi berikut:

$$(i) \checkmark \quad g'(x) = f'(x^3 - 1) \text{ jika } f'(x) = 2x^2 + 3,$$

$$(ii) \quad F(x) = \int_{x^2}^{x^3} t^2 \cos^4 t \, dt,$$

$$(iii) \quad y = 10^x + \log_2 x.$$

(30/100)

- (d) Buktikan bahawa jika f fungsi terbeza pada x_0 maka f selanjar pada x_0 .

(20/100)

- 3.(a) Nilaikan kamiran berikut:

$$(i) \quad \int_{-1}^2 |x-1| \, dx$$

$$(ii) \quad \int_{-1}^1 (f(x) + g(x)) \, dx \text{ jika } \int_{-1}^1 (2f(x) + g(x)) \, dx = 3 \text{ dan}$$

$$\int_{-1}^1 (f(x) - 2g(x)) \, dx = 1,$$

$$(iii) \quad \int \frac{dx}{e^x + 1}.$$

(45/100)

- (b) Cari luas rantau yang dibatasi oleh lengkung-lengkung $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$ dan $x = 1$.

(25/100)

- (c) Dapatkan isipadu pepejal yang terhasil apabila rantau yang dibatasi oleh $y = \frac{2}{\sqrt{3x-2}}$, paksi x , garis lurus $x = 1$ dan $x = 2$ dikisarkan sekitar paksi x .
(30/100)

- 4.(a) (i) Dengan menggunakan Teorem Nilai Min, tunjukkan bahawa

$$\sqrt{x} < 2 + \frac{x-4}{4} \text{ jika } x > 4.$$

- (ii) Andaikan $f(x) = 6x^2 + 12x + 2$. Tunjukkan bahawa f^{-1} , fungsi songsang f wujud untuk $x \leq -1$. Dapatkan $(f^{-1})'(2)$.
(25/100)

- (b) Andaikan f , suatu fungsi dengan terbitan keduanya selanjar pada selang $[0, 3]$. Jika $f(0) = 1$, $f(3) = 4$, $f'(3) = -2$ dan $f'(0)$ tertakrif, nilaikan $\int_0^1 xf''(3x) dx$.
(25/100)

- (c) Dapatkan panjang lengkok, lengkung $y = \frac{4}{5}x^{5/4}$ yang terletak di antara $x = 0$ dan $x = 1$.
(25/100)

- (d) Dengan menggunakan gantian yang sesuai, tunjukkan bahawa

$$\int_0^1 x^m(1-x)^n dx = \int_0^1 x^n(1-x)^m dx$$

jika m dan n adalah integer positif.
(25/100)

-ooo0ooo-

Handwritten notes: $1-21$, $1-22$, $1-23$, $1-24$, $1-25$, $1-26$, $1-27$, $1-28$, $1-29$, $1-30$, $1-31$, $1-32$, $1-33$, $1-34$, $1-35$, $1-36$, $1-37$, $1-38$, $1-39$, $1-40$, $1-41$, $1-42$, $1-43$, $1-44$, $1-45$, $1-46$, $1-47$, $1-48$, $1-49$, $1-50$.

