

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 1994 / 95

Jun 1995

MAA 101 - KALKULUS

Masa : 3 jam

Jawab **SEMUA** soalan.

1. (a) Selesaikan ketaksamaan

$$\frac{2x^2 - 3x - 9}{x + 4} > 0$$

dengan mengungkapkan jawapan dalam bentuk selang.

- (b) Nilaikan setiap had berikut :

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 + x - e^x}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{5^{\sqrt{x}} - 1}{2^{\sqrt{x}} - 1}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \left(1 + \frac{2}{x} \right)$

(iv) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/x^2}$

- (c) Jika

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 8, & x \geq 2 \\ 1 - 2x, & x < 2 \end{cases} \quad \text{dan} \quad g(x) = \begin{cases} 3x - 1, & x \geq 1 \\ 3 - x^2, & x < 1 \end{cases}$$

dapatkan $(g \circ f)(x)$.

- (d) Andaikan fungsi $f : (a, b) \rightarrow N$ dengan N sebagai set nombor nyata, dan $c \in (a, b)$. Berikan maksud f selanjar pada c dan f terbezakan pada c . Jika

$$f(x) = \begin{cases} x \sin (1/x), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

tunjukkan fungsi f adalah selanjar pada 0 tetapi tak terbezakan di 0.

(100/100)

2. (a) Dapatkan terbitan setiap fungsi berikut :

(i) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$ (ii) $f(x) = \log_7 (\sin 2x)$

(iii) $y = \sqrt{\ln \sqrt{x + \sqrt{x}}}$ (iv) $y = (1 + \tan x)^{2x}$

(b) Andaikan $f(x) = x \sqrt[3]{2 - x}$. Dapatkan

- (i) selang di mana f menokok dan menyusut
- (ii) selang di mana graf f cekung ke atas dan cekung ke bawah
- (iii) nilai ekstremum setempat
- (iv) titik lengkok balas

Lakarkan graf fungsi f .

(c) Selesaikan persamaan $|x - 3|^2 - 4|x - 3| = 12$.

- (d) (i) Gunakan teorem Rolle untuk menunjukkan bahawa di antara sebarang dua pensifar fungsi sinus terletak suatu pensifar fungsi kosinus.
- (ii) *Titik tetap* fungsi f ialah nombor a pada domain f dengan $f(a) = a$. Jika fungsi f bersifat $f'(x) < 1$ untuk semua nombor x , gunakan teorem nilai min untuk menunjukkan yang f hanya boleh mempunyai satu titik tetap, jikalau wujud titik tetap.

(100/100)

3. (a) Nilaikan setiap kamiran berikut :

(i) $\int \frac{1}{x} \sqrt{1 + \ln x} \, dx$ (ii) $\int \cos^3 3x \sin^2 3x \, dx$

(iii) $\int_0^1 \tan^{-1} 2x \, dx$ (iv) $\int \frac{dx}{x^2 - 2x + 5}$

(v) $\int \frac{dx}{(x^2 + 16)^{3/2}}$ (vi) $\int \frac{dx}{1 - \cos x + 2 \sin x}$

(vii) $\int_{-1}^4 x |x - 3| \, dx$ (viii) $\int \frac{3x^2 + x + 1}{x^3 + x} \, dx$

(b) Cari luas rantau yang dibatasi oleh graf $y^2 = 4 - x$ dan $x + 2y - 1 = 0$.

(c) Rantau yang dibatasi oleh graf $y = x^2$ dan $y = 8 - x^2$ dikisarkan terhadap garis $x = 3$. Dapatkan isipadu bungkah yang terhasil.

(100/100)