UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2000/2001

April/Mei 2001

MAA 101 – Kalkulus

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA ENAM** soalan. Semua soalan membawa markah yang sama.

...2/-

Apr / Mei 2001 2001

1. (a) Carikan $\dfrac{dy}{dx}$ untuk berikut:

(i) $y = \sqrt[4]{\dfrac{1+x^2}{1+x^3}}$ (ii) $y = (\log x)^{\cos x}$

(b) Diberi

$$y = \frac{x}{2} - \sin x \quad , \quad x \in [0, 4\pi]$$

dapatkan semua titik maksimum dan minimum. Lakarkan graf untuk domain x yang diberi.

2. (a) Tuliskan $\dfrac{1}{x^4 - 1}$ dalam pecahan separa. Kemudian dapatkan

$$\int \frac{1}{x^4 - 1}\, dx .$$

(b) Nilaikan kamiran berikut:

$$\int_{1/2}^{1/\sqrt{2}} \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$$

(*Petunjuk*: letak $u = \sin^{-1} x$)

3. (a) Dapatkan had, jika wujud:

(i) $\displaystyle \operatorname*{had}_{x\to 0} \frac{x}{\tan x}$ (ii) $\displaystyle \operatorname*{had}_{x\to 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2}$

(iii) $\displaystyle \operatorname*{had}_{x\to 0} \frac{3/7\,x^3 + x + 2}{3x^3 + 4x^2 + 3/4}$

(b) Biar $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & , \quad x \le 2 \\ x + 1 & , \quad x > 2 \end{cases}$.

Tunjukkan bahawa $\displaystyle \operatorname*{had}_{x\to 2} f(x)$ tidak wujud.

4. (a) Jika

$$f(x) = \begin{cases} -1 & , \quad x < 2 \\ x/2 & , \quad 2 \le x < 3 \\ \sqrt{x} & , \quad x \ge 3 \end{cases}$$

tentukan titik ketakselanjaran bagi f. Beri alasan. Beri satu lakaran kasar.

(b) Dengan menggunakan takrif terbitan, jika $f(x) = \sqrt{x}$, tunjukkan bahawa $f'(a) = \dfrac{1}{2\sqrt{a}}$, $a > 0$.

5. (a) Carikan luas yang terkandung dalam lengkungan

$$4x^2 + 9y^2 = 36$$

(b) Selesaikan ketaksamaan berikut dan tuliskan penyelesaian dalam bentuk set

$$x^3 - 7x - 6 < 0.$$

6. Dengan menggunakan gantian $u = \pi - x$, tunjukkan bahawa

$$\int_0^{\pi} x\,f(\sin x)dx = \frac{\pi}{2}\int_0^{\pi} f(\sin x)\,dx.$$

f adalah satu fungsi selanjar. Seterusnya nilaikan

$$\int_0^{\pi} \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}\,dx.$$

- ooo O ooo -