

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 1997/98

April 1998

MAA 101 - Kalkulus

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam EMPAT halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Cari had-had berikut:

(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 3x + 2}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin x}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$

(25/100)

(b) Katakan $f(x) = x - 1$. Cari polinomial berdarjah dua $p(x)$ dan $q(x)$ supaya

(i) $p(f(x)) = x^2 - 5x + 6$

(ii) $f(q(x)) = x^2 - 5x + 6$

(20/100)

(c) Diberi fungsi

$$g(x) = \begin{cases} 1, & \text{jika } x \leq -1 \\ |x|, & \text{jika } -1 < x < 1 \\ x, & \text{jika } x \geq 1 \end{cases}$$

Cari titik-titik di mana terbitan bagi $g(x)$ tak wujud.

(25/100)

...2/-

- (d) Lakarkan graf bagi

$$h(x) = \frac{x}{(x-1)^2}$$

dan bincangkan seberapa banyak sifat graf ini yang mungkin.

(30/100)

2. (a) Cari
- $f'(x)$
- jika

(i) $f(x) = \sqrt{1+\sqrt{x}}$

(ii) $e^{f(x)} = \ln(1+x^2)$

(iii) $f''(x) = e^x + 2xe^{x^2}$

(25/100)

- (b) Katakan

$$g(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad \text{dan} \quad h(x) = \int_0^{g(x)} t^2 dt.$$

Cari $h'(\ln 2)$.

(20/100)

- (c) Cari persamaan garis tangen kepada graf

$$y = x^3 - 3x^2 + 5x + 2$$

yang mempunyai kecerunan terkecil.

(25/100)

- (d) Suatu segiempat tepat dengan panjang 10sm dan lebar 4sm. Pada satu ketika, panjang dan lebar segiempat tepat ini mula bertambah dengan kadar 3sm/saat dan 4sm/saat masing-masing. Cari kadar pertukaran bagi luas segiempat tepat ini apabila
- t
- saat telah berlalu.

(30/100)

...3/-

3. (a) Cari kamiran-kamiran berikut:

$$(i) \int \frac{x^2+4x+1}{(x^2-1)(x+2)} dx$$

$$(ii) \int_1^e \frac{(\ln x)^2}{x+x \ln x} dx$$

(25/100)

(b) (i) Jika $x=2 \tan^{-1}u$, tunjukkan bahawa

$$\sin x = \frac{2u}{1+u^2}, \quad \cos x = \frac{1-u^2}{1+u^2}, \quad dx = \frac{2}{1+u^2} du.$$

(ii) Gunakan penggantian $u = \tan \frac{x}{2}$ untuk mencari

$$\int \frac{1}{2-3 \cos x} dx$$

(25/100)

(c) Cari panjang lengkok bagi graf yang diberi oleh persamaan-persamaan berparameter

$$x = \frac{1}{2} \ln(1+t^2), \quad y = \tan^{-1}t, \quad 0 \leq t \leq 1$$

(30/100)

(d) Tunjukkan bahawa tidak ada fungsi f yang memenuhi

$$\int_1^x f(u) du = x^2 + x$$

(20/100)

4. (a) Selesaikan

$$(i) |2x-6| = x$$

$$(ii) 2 < |2x-6| < 4$$

$$(iii) \frac{(x-1)(x^2-4)}{x} \leq 0$$

(25/100)

...4/-

- (b) Katakan $m_i > 0$ dan a_i , $i=1,2,\dots,n$ adalah nombor-nombor nyata. Tunjukkan bahawa

$$f(x) = m_1(x-a_1)^2 + m_2(x-a_2)^2 + \dots + m_n(x-a_n)^2$$

adalah minimum apabila

$$x = \frac{m_1 a_1 + m_2 a_2 + \dots + m_n a_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

(25/100)

- (c) Gunakan hasil tambah bawah dan atas untuk menunjukkan

$$\frac{1}{2} < \int_1^2 \frac{1}{x} dx < 1$$

(20/100)

- (d) Katakan

$$P(x) = x^7 + 3x + 2.$$

- (i) Tunjukkan bahawa $p(x)=0$ mempunyai satu punca nyata sahaja.
- (ii) Tunjukkan bahawa punca nyata bagi $p(x)=0$ terkandung dalam selang $[-1,0]$.
- (iii) Cari nilai hampiran bagi punca nyata persamaan $p(x)=0$: Gunakan kaedah Newton dengan $x_1 = -1$ dan cari x_3 .

(30/100)

- ooo0ooo -