

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan
Sidang 1986/87

ZCC 301/2 - Ilmu Mekanik Klasik II

Tarikh: 22 Jun 1987

Masa: 2.15 ptg. - 4.15 ptg.
(2 jam)

Jawab EMPAT soalan sahaja.

Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. Sistem koordinat sferaan (r, θ, ϕ) ditakrifkan melalui perhubungan dengan koordinat Descartes (x, y, z) seperti berikut:

$$x = r \sin \theta \cos \phi$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi$$

$$z = r \cos \theta$$

- (a) Lakarkan sistem koordinat sferaan dan tunjukkan vektor unit \hat{e}_r , \hat{e}_θ dan \hat{e}_ϕ yang berpadanan.
(10/100)
- (b) Terbitkan ungkapan bagi halaju dan pecutan di dalam sebutan sistem koordinat sferaan.
(60/100)
- (c) Nyatakan halaju dan sebutkan magnitud untuk gerakan bulatan.
(10/100)
- (d) Jika gerakan bulatan dihadkan pada satah x-y, tunjukkan bahawa

$$r \hat{e}_\phi = \hat{k} \times \underline{r}$$

di mana \underline{r} ialah vektor posisi.

(20/100)

2. Sebuah satelit dilancarkan tegak ke atas dari permukaan bumi dengan kelajuan v_0 .

(a) Nyatakan daya-daya yang berkesan di antara satelit dan bumi. Terangkan sama ada daya-daya itu terabadi. (20/100)

(b) Dengan mengabaikan segala daya tak terabadi tunjukkan bahawa kelajuan lontaran v pada jarak x dari permukaan bumi ialah

$$v^2 = v_0^2 - 2gx(1 - \frac{x}{R})^{-1}$$

di mana g ialah pecutan graviti dan R ialah jejari bumi. (40/100)

(c) Berapakah jarak maksimum lontaran dan berapakah v_0 supaya lontaran terlepas dari bumi? (20/100)

(d) Terdapat satelit perhubungan "geostationary" yang mengelilingi bumi di dalam orbit bulatan pada tinggi x dari permukaan bumi. Daripada Hukum Kepler ketiga

$$T = 2\pi(GM)^{-\frac{1}{2}}(R+x)^{3/2}$$

dapatkan bilangan satelit yang diperlukan supaya kesemua tempat di permukaan bumi dapat dihubungkan.

$$\text{Jisim bumi} = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

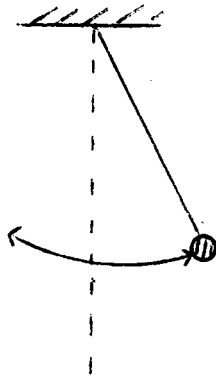
$$\text{Jejari bumi} = 6000 \text{ km}$$

$$G = 6 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^2$$

(20/100)

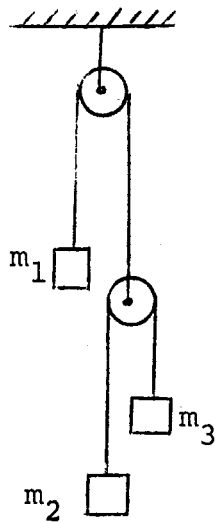
3. Tuliskan Lagragian, Hamiltonian, persamaan Lagrange dan persamaan kanonik Hamilton bagi sistem-sistem yang berikut:

(a) Bandul Mudah



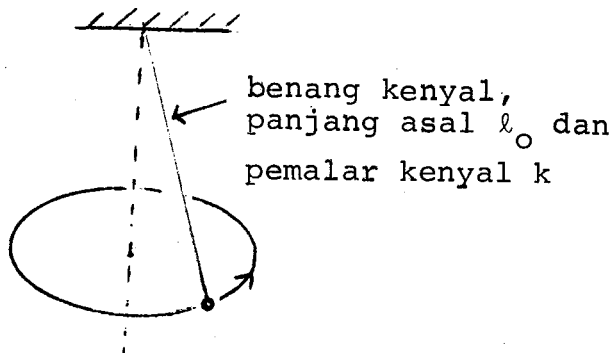
(20/100)

(b) Mesin Atwood Dubel



(40/100)

(c) Bandul Sferaan Kenyal



(40/100)

...4/-

4. Daripada Hukum Newton kedua dan pertimbangan koordinat teritlak q_r , boleh ditunjukkan bahawa

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_r} T - \frac{\partial}{\partial q_r} T = Q_r$$

di mana Q_r ialah daya teritlak.

- (a) Kalau Q_r terabadi dapatkan persamaan gerakan Lagrange. (20/100)
- (b) Kalau terdapat sebahagian daripada Q_r yang tidak terabadi, dapatkan persamaan Lagrange yang wajar. (20/100)
- (c) Suatu zarah terjatuh di bawah pengaruh graviti di dalam suatu bahantara merintang yang daya rintangannya ialah v per unit jisim. Dengan pendekatan Lagrange, dapatkan halaju zarah itu. (60/100)

5. Tenaga kinetik bagi dua osilator linear yang terganding ialah

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2$$

dan tenaga keupayaan yang sepadan ialah

$$U = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}k(x_2-x_1)^2 + \frac{1}{2}kx_2^2$$

di mana m_1 dan m_2 ialah jisim osilator dan k ialah pemalar spring bagi osilator.

- (a) Dapatkan persamaan Hamilton bagi osilator tersebut. (40/100)
- (b) Daripada (a) di atas tunjukkan persamaan gerakan bagi m_1 dan m_2 adalah seperti berikut:

$$m_1\ddot{x}_1 + kx_1 - k(x_2-x_1) = 0$$

$$m_2\ddot{x}_2 + kx_2 + k(x_2-x_1) = 0$$

(20/100)

- (c) Jika $m_1 = m_2$ dan dengan membiarkan $\omega^2 = k/m$ tunjukkan bahawa osilator terganding itu mempunyai dua frekuensi pengayunan ω dan $\sqrt{3} \omega$. Nyatakan pula penyelesaian am bagi x_1 dan x_2 .

(40/100)

- ooo0ooo -

