

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1993/94

April 1994

ZSC 310/3 - Kaedah Matematik III

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini. Jawab kesemua EMPAT soalan. Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1.(a) Kalau fungsi $S_\ell(x)$ ditakrifkan dengan persamaan

$$\frac{x}{(1-2xt+t^2)^{\frac{1}{2}}} = \sum_{\ell=0}^{\infty} S_\ell(x)t^\ell$$

[i] tunjukkan $S_\ell(x)$ adalah polinomial yang berdarjah $\ell+1$ (10/100)

[ii] Tunjukkan juga

$$\int_{-1}^1 x^{-2} S_\ell(x) S_{\ell'}(x) dx = \frac{2}{2\ell+1} \delta_{\ell\ell'}$$

(30/100)

(b) Dua cas titik terletak sejarak $2d$ di antara satu sama lain. Ungkapan keupayaan elektrostatik pada sebarang titik M di dalam sebutan polinomial Legendre. (60/100)

2. Persamaan Schrödinger bagi osilator harmonik mudah ialah

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2\right) \psi(x) = E\psi(x)$$

(a) Dengan gantian yang sewajar tunjukkan bahawa persamaan itu dapat disebutkan seperti

$$\left(\frac{d^2}{dq^2} + \epsilon - q^2\right)\psi(q) = 0$$

di mana $q = \alpha x$ dan $\epsilon = 2E/\hbar\omega$. (20/100)

- 2 -

- (b) $e^{-\frac{1}{2}q^2}$ dikatakan penyelesaian asimtot yang sewajar apabila $q \rightarrow \infty$. Terangkan sebabnya. (10/100)
- (c) Dapat secara lengkap penyelesaian siri kuasa yang terhingga bagi persamaan osilator mudah. Oleh itu dapatkan juga tenaga osilator itu. (50/100)
- (d) Selesaikan pula masalah osilator kuantum 3-D yang isotropik. (20/100)
- 3.(a) Dapatkan perwakilan siri Fourier bagi rektifikasi sepenuh gelombang fungsi sinus. (20/100)

- (b) Litar elektrik RLC terpaksa mematuhi persamaan

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = F(t)$$

Jika $F(t)$ berkala dan ditakrifkan seperti

$$F(t) = |\sin t| ; \quad -\pi \leq t < \pi$$

dapatkan penyelesaian penuh bagi cas q di dalam kapasitor. (40/100)

- (c) Pengaliran haba di dalam sebarang bahantara mematuhi persamaan

$$\nabla^2 U(\underline{r}, t) = \frac{1}{a^2} \frac{\partial}{\partial t} U(\underline{r}, t)$$

di mana $U(\underline{r}, t)$ ialah taburan suhu dan a^2 ialah kebauran (diffusivity) termal bahantara. Selesaikan masalah pengaliran haba di dalam sesuatu rod yang berkeratan rektas seragam, bertebat di seluruh permukaan dan berpanjang π , tertakluk kepada syarat

$$U_x(0, t) = U_x(\pi, t) = 0, \quad t \geq 0$$

$$U(x, 0) = x^2.$$

(40/100)

...3/-

4.(a) Fungsi tangga unit Heaviside ditakrifkan seperti

$$H(t-a) = \begin{cases} 0, & t < a \\ 1, & t \geq a \end{cases}$$

[i] Tuliskan persamaan yang melibatkan fungsi Heaviside bagi menghuraikan lengkung

$$U(t) = \begin{cases} t^2, & t < 1 \\ \frac{1}{t}, & t \geq 1 \end{cases} \quad (10/100)$$

[ii] Tentusahkan transform Laplace

$$L\{f(t-a)H(t-a)\} = e^{-as} L\{f(t)\} \quad (20/100)$$

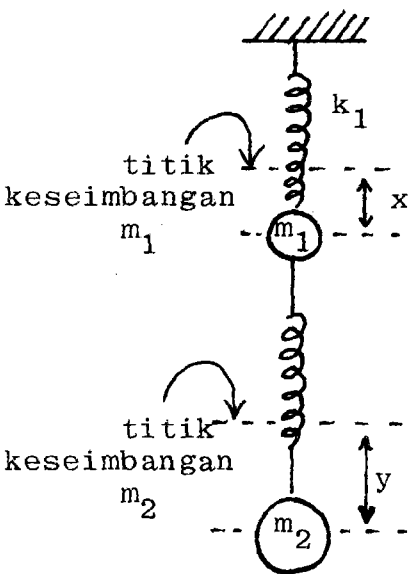
[iii] Selesaikan masalah nilai awal

$$y''(t) + 16y(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 1 \\ 0, & t \geq 1 \end{cases} \quad (40/100)$$

(b) Gerakan bagi dua jisim tergantung seperti yang ditunjukkan mematuhi persamaan

$$m_1 x''(t) + (k_1 + k_2)x(t) - k_2 y(t) = 0$$

$$m_2 y''(t) + k_2 y(t) - k_2 x(t) = 0$$



[i] Terangkan bagaimana persamaan gerakan sistem tergantung diterbitkan

[ii] Selesaikan persamaan gerakan melalui transform Laplace dengan anggapan berangka $m_1 = 3m_2$, $k_1 = 2k_2$ dan $k_2 = m_2$ tertakluk kepada syarat awal $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$, $y(0) = \sqrt{3}$ dan $y'(0) = 0$.

(30/100)