UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2008/2009

November 2008

EUM 111 – MATEMATIK KEJURUTERAAN

Masa: 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi SEMBILAN muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Kertas soalan ini mengandungi ENAM soalan.

Jawab LIMA soalan.

Mulakan jawapan anda untuk setiap soalan pada muka surat yang baru.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sudut sebelah kanan soalan berkenaan.

Jawab semua soalan dalam bahasa Malaysia atau bahasa Inggeris atau kombinasi kedua-duanya.

...2/-

1. (a) Diberi persamaan pembezaan $12y^3xy' - 1 + 3y^4 = 0;$. Tentukan samada persamaan tersebut TEPAT.

Given the differential equation $12y^3xy' - 1 + 3y^4 = 0;$. *Determine whether the equation is EXACT.*

(10 marks)

(b) Bayangkan sebuah blok ais sfera. Andaikan ais itu cair dengan berkadar terus dengan keseluruhan permukaan. Kecairan itu diandaikan sekata serta masih mengekalkan bentuk sfera. Proses ini dapat ditafsirkan sebagai pengurangan isipadu melawan masa. Tentukan ungkapan untuk isipadu ais pada bila-bila masa, t. Gunakan formula di bawah.

Imagine a spherical block of ice. Assuming the ice melts at a rate proportional to the surface of the area. The melting also is assumed to be uniform and retaining the spherical shape. This process can be interpreted as reduction of volume versus time. Determine an expression for the volume of the ice at any given time, t. *Use the formulas below.*

(60 marks)

Luas sfera / *Area of sphere* $A = 4\pi r^2$

Isipadu sfera / *Volume of sphere* $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

(c) Dapatkan penyelesaian umum bagi Persamaan Riccati berikut:

$$y' = \frac{1}{x^2}y^2 - \frac{1}{x}y + 1.$$

Find the general solution for the following Riccati equation:

$$y' = \frac{1}{x^2}y^2 - \frac{1}{x}y + 1.$$

(30 marks)

2. (a) Diberi persamaan $y'' + 3y' = 0; y(0) = 3$ dan $y'(0) = 6$
Selesaikan masalah syarat awal.

From the equation $y'' + 3y' = 0; y(0) = 3$ *and* $y'(0) = 6$

Solve the initial value problem.

(25 marks)

(b) Dengan menggunakan kaedah pekali tak-tentu, selesaikan persamaan pembeza $y'' - 6y' + 8y = 3e^x$.

Using the method of undetermined coefficient, solve the differential equation $y'' - 6y' + 8y = 3e^x$.

(25 marks)

(c) Cari penyelesaian siri kuasa bagi persamaan pembezaan berikut:

Find a power series solution of the differential equation:

$$x(x+1)y' - (2x+1)y = 0$$

(50 marks)

3. (a)

(i) Cari jelmaan Laplace bagi

Find the Laplace transform of

$$f(t) = 7t^3 + e^{-t}\cos 2t + t\sin 3t$$

(ii) Cari jelmaan Laplace songsang bagi

Find the inverse Laplace transform of

$$\frac{2s-5}{s^2+16}$$

(25 marks)

4. (a) Fungsi $f(x) = \frac{\pi}{2} - x$ ditakrifkan dalam selang $0 < x < \pi$.

The function $f(x) = \frac{\pi}{2} - x$ *is defined in the interval* $0 < x < \pi$.

(i) Lakarkan graf $f(x)$.

Draw the graph of $f(x)$.

(ii) Dapatkan pengembangan siri Fourier separuh julat kosinus untuk $f(x)$. Berikan jawapan anda dalam bentuk am.

Obtain a half range cosine Fourier series expansion for $f(x)$. *Give your answer in the general form.*

(iii) Lakarkan graf untuk pengembangan fungsi berkala yang diwakilkan pada bahagian (ii) di atas bagi selang $-2\pi < x < 2\pi$.

Draw the graph of the periodic function expansion as represented in part (ii) above for the interval $-2\pi < x < 2\pi$.

(35 marks)

(b) Tunjukkan fungsi $\cos mx$ dan $\sin nx$ berortogan dalam selang $-\pi \leq x \leq \pi$.

Show that the functions $\cos mx$ *and* $\sin nx$ *are orthogonal in the interval* $-\pi \leq x \leq \pi$.

(15 marks)

(c) Pertimbangkan satu bar sekata yang panjangnya L ditebat di tepinya kecuali di hujungnya. Persamaan haba diberikan oleh

Consider a uniform bar of length L insulated on its sides except at its ends. The heat equation is given by

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial u}{\partial t}$$; c^2 adalah pemalar penyerapan

c^2 *is the diffusion constant*

Dengan syarat sempadan dan awal seperti berikut:

With the boundary and initial conditions given below:

$u(0,t) = u(L,t) = 0$

$u(x,0) = f(x)$

dengan $f(x)$ adalah suhu awal bar.

where $f(x)$ is the initial temperature of the bar.

(i) Dengan menggunakan kaedah pemisah pembolehubah dengan $u(x,t) = X(x)T(t)$, tunjukkan yang penyelesaian bagi persamaan haba dengan syarat yang diberi adalah

Using the separation of variables method with $u(x,t) = X(x)T(t)$, show that the solution for the heat equation with the given condition is

$$u_n(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{-\left(\frac{cn\pi}{L}\right)^2 t}$$

$$B_n = \frac{2}{L}\int_0^L f(x)\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx$$

Dengan B_n adalah pemalar sembarangan.
Where B_n is an arbitrary constant.

(ii) Dengan menggunakan jawapan pada bahagian (i), dapatkan suhu $u(x,t)$ satu bar kuprum yang panjangnya 80 cm yang di tebat dengan kedua-dua hujungnya ditetapkan pada suhu 0 darjah dan suhu awalnya adalah $100\sin\left(\frac{3\pi x}{80}\right)$ darjah. (Pemalar penyerapan adalah $1.158 cm^2/saat$) .

Using the answer in part (i), determine the temperature $u(x,t)$ of an insulated 80 cm copper bar with the temperature at its two ends fixed at 0 degree and the initial temperature is $100\sin\left(\frac{3\pi x}{80}\right)$ degrees. (The diffusion constant is $1.158 cm^2/\sec ond$).

(50 marks)

5. (a) Diberi fungsi $f(x)$ seperti berikut:

Given the following function $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \frac{\pi}{2} < x < \pi \\ 4 & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

(i) Lakarkan graf bagi $f(x)$ bagi selang $-2\pi<x<2\pi$.

Sketch the graph $f(x)$ in the interval $-2\pi<x<2\pi$.

(ii) Dapatkan pengembangan siri Fourier untuk fungsi $f(x)$ sehingga enam sebutan pertama.

Determine the Fourier series expansion for the function $f(x)$ up to the first six terms.

(iii) Terangkan kesan menambahkan bilangan harmonik dalam pengembangan siri Fourier dalam bahagian (ii).

Explain the effect of a increasing the number of harmonics in the Fourier series expansion in part (ii).

(iv) Apakah nilai siri Fourier untuk fungsi $f(x)$ pada $x = -\frac{\pi}{2}$ dan $x = \frac{\pi}{2}$.

What is the value of the Fourier series for the function $f(x)$ *at* $x = -\frac{\pi}{2}$ *and* $x = \frac{\pi}{2}$.

(50 marks)

(b) Tunjukkan yang fungsi $u = \sin wct \; \sin wx$ adalah penyelesaian bagi persamaan gelombang.

Verify that the function $u = \sin wct \; \sin wx$ *is a solution of the wave equation.*

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

c^2 dan ω *adalah pemalar.*

c^2 *and* ω *are constants.*

(20 marks)

(c) Selesaikan persamaan $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 4e^y \cos 2x$ di beri pada $y = 0$, $\frac{\partial u}{\partial x} = \cos x$ dan pada $x = \pi$, $u = y^2$.

Solve the equation $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 4e^y \cos 2x$ *given that at* $y = 0$, $\frac{\partial u}{\partial x} = \cos x$ *and at* $x = \pi$, $u = y^2$.

(30 marks)

...9/-

6. (a) Ahmad, Chong dan Ramasamy mempunyai matawang asing Pound $(£)$, Euro (€) dan Dolar Amerika ($). Ahmad mempunyai $£3.00$, $€3.00$ dan $\$5.00$. Chong mempunyai $£2.00$ dan $\$4.00$, manakala Ramasamy mempunyai $£1.00$, $€7.00$ dan $\$3.00$. Menggunakan kadar tukaran semasa, Ahmad mendapat jumlah dalam Ringgit Malaysia sebanyak RM53.00. Chong dan Ramasamy pula mendapat jumlah masing-masing sebanyak RM32.00 dan RM44.00. Dengan menggunakan kaedah *Crout LU*, dapatkan kadar tukaran Pound, Euro dan Dolar Amerika dalam Ringgit Malaysia.

Ahmad, Chong and Ramasamy have foreign currencies Pound $(£)$, Euro (€) and American Dollar ($). Ahmad has $£3.00$, $€3.00$ and $\$5.00$. Chong has $£2.00$ and $\$4.00$, while Ramasamy has $£1.00$, $€7.00$ and $\$3.00$. Using the current currency exchange rate, Ahmad gets a total of RM53.00. Chong and Ramasamy get a total of RM32.00 and RM44.00 respectively. By using Crout LU method, find the current currency exchange rate for Pound, Euro and American Dollar in Ringgit Malaysia.

(50 marks)

(b) Diberi satu sistem persamaan linear $Ax = \lambda x$ dengan matriks A berikut:

Given a system of linear equation $Ax = \lambda x$ with matrix A as follows:

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Carikan nilai eigen dan vektor eigen sepadan untuk A. Tunjukkan langkah pengiraan dengan lengkap.

Find the eigenvalues and the corresponding eigenvectors of A. Demonstrate the working steps in details.

(50 marks)

oooo0Oooo