

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

**Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1994/95**

April 1995

**CSC112 - Pengantar Logik & Pengabstrakan/
CST202 - Kejuruteraan Sofwer**

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** soalan di dalam **TUJUH** muka surat (termasuk lampiran) yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
 - Jawab **SEMUA** soalan dalam Bahasa Malaysia.
-

1. (a) Diberikan rumus-rumus bentuk akhiran berikut:

$$P \vee Q \wedge R \rightarrow P \rightarrow R \wedge \wedge$$

$$P \vee Q \wedge \neg R \rightarrow S \rightarrow \vee P \vee Q \rightarrow S \neq \vee$$

$$P \wedge Q \rightarrow \rightarrow R$$

- (i) Tentukan rumus-rumus yang terbentuk rapi.
- (ii) Bagi yang terbentuk rapi, berikan bentuk awalnya.
- (iii) Juga bagi yang terbentuk rapi, gunakan gambarajah pohon untuk menentukan semua keadaan yang menyebabkan rumus itu palsu.
- (iv) Binakan jadual kebenaran bagi rumus tersebut.

[35/100]

- (b) Diberikan rumus berikut:

$$A \Leftrightarrow (P \wedge (Q \vee R)) \wedge ((Q \rightarrow P) \wedge \neg R)$$

- (i) Dapatkan bentuk kanonik hasil darab hasil tambah (HDHT) bagi rumus A.
- (ii) Berdasarkan jawapan anda, tentukan sama ada hujah berikut merupakan hujah sah atau tidak.

$$(P \wedge (Q \vee R)) \wedge ((Q \rightarrow P) \wedge \neg R)$$

$$\vdash (P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \wedge (P \vee Q \vee R)$$

[30/100]

- (c) Pertimbangkan taakulan berikut:

"Jika Ali tidak boleh menjawab soalan 1 kertas CSC112, maka dia tidak akan lulus kertas tersebut. Jika Ali boleh menjawab soalan 1 kertas CSC112, maka sama ada dia pasti sudah memahami kalkulus usulan ataupun dia memperolehi pertolongan dari kawannya. Ali lulus kertas CSC112 dan dia tidak memperolehi pertolongan dari kawannya. Oleh demikian, Ali pasti sudah memahami kalkulus usulan.

- (i) Gunakan kaedah yang sesuai untuk menentukan sama ada taakulan ini merupakan suatu hujah sah atau tidak.
- (ii) Dengan menambah hipotesis berikut ke dalam set premis:

"Sememangnya tidak benar bahawa Ali boleh menjawab soalan 1 kertas CSC112"

hujahkan bahawa set premis baru ini menaakulkan kesimpulan berikut:

"Oleh demikian, Ali pasti sudah memahami kalkulus usulan dan juga keseluruhan kursus Struktur Diskret.

[35/100]

2. (a) Diberikan rumus-rumus berikut:

$$A \Leftrightarrow ((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow R)$$

$$B \Leftrightarrow \neg (P \Leftrightarrow Q) \Leftrightarrow ((P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q))$$

- (i) Tunjukkan bahawa nilai kebenaran rumus A sentiasa sama untuk semua keadaan yang mungkin.
- (ii) Sekiranya diketahui bahawa nilai kebenaran rumus B adalah malar, cari nilai ini dengan menggunakan cara yang paling mudah.
- (iii) Dirikan suatu percanggahan dengan menggunakan rumus A dan B.

[25/100]

- (b) Diberikan takrif pengait TAK-DAN dan TAK-ATAU seperti berikut:

$$P \uparrow Q \Leftrightarrow \neg (P \wedge Q)$$

$$P \downarrow Q \Leftrightarrow \neg (P \vee Q)$$

- (i) Tuliskan $P \uparrow Q$ dalam sebutan pengait \downarrow sahaja.
- (ii) Tuliskan $(P \uparrow Q) \rightarrow (P \downarrow Q)$ dalam bentuk rumus yang paling ringkas.
- (iii) Jelaskan mengapa pengait TAK-DAN merupakan suatu penemuan yang penting.

[25/100]

- (c) Dirikan bukti formal untuk pernyataan-pernyataan berikut:

$$(i) \quad P \rightarrow Q, Q \Leftrightarrow R \vdash P \rightarrow R$$

$$(ii) \quad P \vee (Q \rightarrow R), P \rightarrow S, \neg S \rightarrow (Q \wedge \neg R) \vdash S \vee P$$

[30/100]

- (d) Hujahkan, tanpa bukti, kesahihan atau sebaliknya pernyataan berikut:

"Ali memakai kasut Adidas. Ali sekolah pagi atau dia suka main bola. Kepalsuan pernyataan Ali sekolah pagi jika dan hanya jika Ali mempunyai tendangan yang kuat merupakan syarat perlu dan cukup bagi sama ada Ali mempunyai tendangan yang kuat dan dia sekolah pagi ataupun Ali tidak sekolah pagi serta dia tidak mempunyai tendangan yang kuat. Oleh demikian, Ali suka main bola sekiranya dia sekolah pagi, dan Ali mempunyai tendangan yang kuat jika dan hanya jika dia memakai kasut Adidas".

[20/100]

3. (a) Tentukan nilai kebenaran bagi setiap rumus berikut, dan kemudian tuliskannya dalam ayat Bahasa Melayu.

(i) $(\exists x) (\forall y) (P(x) \rightarrow S(x,y))$
 dengan $A = \{5, 6, 7\}$ sebagai alam semesta
 dan $P(x): x > 5$
 $S(x,y): x = y$

(ii) $(\forall x) (\forall y) (P(x,y) \rightarrow Q(x,y))$
 dengan \mathbf{Z} sebagai alam semesta
 dan $P(x, y): x = y$
 $Q(x, y): x \leq y$

(iii) $(\forall x) (P(x) \wedge R(x))$
 dengan $A = \{2, 4, 6\}$ sebagai alam semesta
 dan $P(x): x$ genap
 $R(x): x$ terbahagikan oleh 2

[30/100]

(b) Pertimbangkan tatasusunan $S[0..m-1]$ dengan $m > 0$ integer. Katakan j dan k ialah integer dengan $0 \leq j < k < m$. Dengan menulis $S[j..k]$ untuk bermaksud set kemasukan tatasusunan

$$S[j], S[j+1], \dots, S[k]$$

yang kosong jika $j = k+1$, gunakan predikat untuk menulis setiap pernyataan berikut dalam bentuk bersymbol:

- (i) Tiada kemasukan tatasusunan $S[j..k]$ yang sifar.
- (ii) Tatasusunan $S[1..j]$ atau tatasusunan $S[k..m-1]$ mengandungi sekurang-kurangnya satu kemasukan sifar.
- (iii) Selain dua kemasukan terakhir, hasil tambah setiap kemasukan dengan kemasukan seterusnya sama dengan 10. Bagi kes ini, tuliskan jujukan kemasukan bagi tatasusunan $S[0..m-1]$.

[30/100]

(c) Dirikan bukti formal untuk membuktikan yang berikut:

(i) $(\forall x) P(x) \rightarrow (\exists y) Q(y) \vdash (\exists x) (P(x) \rightarrow Q(x))$

(ii) (Bagi alam semesta \mathbf{Z})
 Terdapat suatu nombor yang, apabila didarabkan dengan sebarang nombor lain, menghasilkan sifar. Oleh demikian, bagi setiap nombor, terdapat sesuatu nombor yang menghasilkan sifar sekiranya dua nombor itu didarabkan.

(iii) $(\forall x) (\forall y) \neg (P(x) \wedge Q(y)) \vdash (\exists x) (\exists y) (\neg P(x) \vee \neg (Q(y)))$

Penting: Di dalam setiap bukti di atas, berikan penjelasan sekiranya petua \forall -k digunakan.

[40/100]

4. (a) Berikan takrif tersirat dan juga takrif langsung bagi fungsi-fungsi berikut:

- (i) Fungsi 'toyol' yang menerima dua nombor asli sebagai hujah dan menghasilkan set semua nombor asli yang terdapat di antara dua nombor tersebut (termasuk hujah).
- (ii) Fungsi 'card' yang mengirakan bilangan unsur sesuatu subset bagi set A apabila subset itu diberikan sebagai hujah.

[30/100]

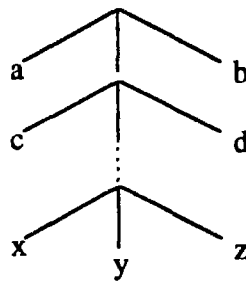
(b) Tempoh pencalonan minimum untuk pengijazahan ialah 8 semester dan tempoh maksimum ialah 14 semester. Jumlah unit minimum yang perlu diperolehi di dalam tempoh tersebut ialah 140 unit. Berikut diberikan maklumat-maklumat yang disimpan untuk setiap pelajar Sains Komputer:

- nama penuh
- nombor matrik
- bilangan semester yang telah dihadiri
- set kursus yang telah diambil dan lulus

- (i) Takrifkan objek gubahan Pel yang sesuai untuk memperwakilkan data di atas. Seterusnya berikan tandatangan fungsi mk_Pel.
- (ii) Takrifkan suatu fungsi tersirat yang menerima nama pelajar serta pembolehubah yang mewakili pangkalan data di dalam (i) sebagai hujah, dan mengembalikan jumlah unit yang telah diperolehi oleh pelajar tersebut sehingga kini. (Andaikan setiap kursus diberikan 4 unit.)
- (iii) Berikan spesifikasi suatu operasi yang memulangkan senarai nama pelajar yang layak untuk berijazah.

[40/100]

(c) (i) Takrifkan suatu struktur data yang sesuai bagi pohon berikut, di mana a, b, ... merupakan nombor asli.



- (ii) Kemudian tuliskan fungsi yang mengambil hasil tambah semua integer yang terlibat di dalam pohon ini.
- (iii) Tuliskan fungsi yang menyemak sama ada dua pohon seperti ini merupakan pohon yang sama.

[30/100]

PETUA PENTAABIRAN DALAM SISTEM BUKTI FORMAL

$$1.a \quad \wedge\text{-K} : \frac{A_1, \dots, A_n}{A_1 \wedge \dots \wedge A_n}$$

$$1.b \quad \wedge\text{-H} : \frac{A_1 \wedge \dots \wedge A_n}{A_i}$$

$$2.a \quad \vee\text{-K} : \frac{A_i}{A_1 \vee \dots \vee A_n}$$

$$2.b \quad \vee\text{-H} : \frac{A_1 \vee \dots \vee A_n, A_1 \rightarrow A, \dots, A_n \rightarrow A}{A}$$

$$3.a \quad \neg\text{-K} : \frac{\text{Dari } A \text{ taabirkan } A_1 \wedge \neg A_1}{\neg A}$$

$$3.b \quad \neg\text{-H} : \frac{\text{Dari } \neg A \text{ taabirkan } A_1 \wedge \neg A_1}{A}$$

$$4.a \quad \rightarrow\text{-K} : \frac{\text{Dari } A_1, \dots, A_n \text{ taabirkan } A}{(A_1 \wedge \dots \wedge A_n) \rightarrow A}$$

$$4.b \quad \rightarrow\text{-H} : \frac{A_1 \rightarrow A_2, A_1}{A_2}$$

$$5.a \quad \leftrightarrow\text{-K} : \frac{A_1 \rightarrow A_2, A_2 \rightarrow A_1}{A_1 \leftrightarrow A_2}$$

$$5.b \quad \leftrightarrow\text{-H} : \frac{A_1 \leftrightarrow A_2}{A_1 \rightarrow A_2, A_2 \rightarrow A_1}$$

$$6.a \quad \exists\text{-K} : \frac{A(a)}{(\exists x) A(x)}$$

$$6.b \quad \exists\text{-H} : \frac{(\exists x) A(x)}{A(a)} \quad (\text{bersyarat})$$

$$7.a \quad \forall\text{-K} : \frac{A(a)}{(\forall x) A(x)} \quad (\text{bersyarat})$$

$$7.b \quad \forall\text{-H} : \frac{(\forall x) A(x)}{A(a)}$$

PETUA UNTUK MEMBUKTI TEOREM SECARA AUTOMATIK

Petua Anteseden

- Petua $\neg \Rightarrow$ Jika $\alpha, \beta \stackrel{u}{=} X, \gamma$, maka $\alpha, \neg X, \beta \stackrel{u}{=} \gamma$
- Petua $\wedge \Rightarrow$ Jika $X, Y, \alpha, \beta \stackrel{u}{=} \gamma$, maka $\alpha, X \wedge Y, \beta \stackrel{u}{=} \gamma$
- Petua $\vee \Rightarrow$ Jika $X, \alpha, \beta \stackrel{u}{=} \gamma$ dan juga $Y, \alpha, \beta \stackrel{u}{=} \gamma$, maka $\alpha, X \vee Y, \beta \stackrel{u}{=} \gamma$
- Petua $\rightarrow \Rightarrow$ Jika $Y, \alpha, \beta \stackrel{u}{=} \gamma$ dan juga $\alpha, \beta \stackrel{u}{=} X, \gamma$, maka $\alpha, X \rightarrow Y, \beta \stackrel{u}{=} \gamma$
- Petua $\Leftrightarrow \Rightarrow$ Jika $X, Y, \alpha, \beta \stackrel{u}{=} \gamma$ dan juga $\alpha, \beta \stackrel{u}{=} X, Y, \gamma$, maka $\alpha, X \Leftrightarrow Y, \beta \stackrel{u}{=} \gamma$

Petua Akibat

- Petua $\Rightarrow \neg$ Jika $X, \alpha \stackrel{u}{=} \beta, \gamma$, maka $\alpha \stackrel{u}{=} \beta, \neg X, \gamma$
- Petua $\Rightarrow \wedge$ Jika $\alpha \stackrel{u}{=} X, \beta, \gamma$ dan juga $\alpha \stackrel{u}{=} Y, \beta, \gamma$, maka $\alpha \stackrel{u}{=} \beta, X \wedge Y, \gamma$
- Petua $\Rightarrow \vee$ Jika $\alpha \stackrel{u}{=} X, Y, \beta, \gamma$, maka $\alpha \stackrel{u}{=} \beta, X \vee Y, \gamma$
- Petua $\Rightarrow \rightarrow$ Jika $X, \alpha \stackrel{u}{=} Y, \beta, \gamma$, maka $\alpha \stackrel{u}{=} \beta, X \rightarrow Y, \gamma$
- Petua $\Leftrightarrow \Rightarrow$ Jika $X, \alpha \stackrel{u}{=} Y, \beta, \gamma$ dan juga $Y, \alpha \stackrel{u}{=} X, \beta, \gamma$, maka $\alpha \stackrel{u}{=} \beta, X \Leftrightarrow Y, \gamma$

- oooOooo-