UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1987/88

ZMC 211/3 - Kaedah Matematik II

Tarikh: 8 April 1988 Masa: 9.00 pg. - 12.00 t/hari
(3 jam)

Jawab EMPAT soalan sahaja.
Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia

1. (a) (i) Cari persamaan garis lurus yang melalui titik $(-1, 3, -2)$ serta tegak lurus kepada vektor

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k} \quad \text{dan}$$

$$\vec{B} = i + 2\hat{j}$$

(10/100)

(ii) Cari sudut di antara garis lurus

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{6} = \frac{z+3}{3} \quad \text{dan}$$

satah $2x - y - 2z = 4$.

(10/100)

(b) Cari persamaan kelengkungan (κ) pada titik tertentu di dalam fungsi t untuk lengkung

$$\vec{R}(t) = a(t - \sin t)\hat{i} + a(1 - \cos t)\hat{j}$$

$$0 \leq t \leq 2\pi, \quad a > 0.$$

(30/100)

(c) Buktikan pecutan $\vec{a}$ suatu jasad melalui satu lengkung yang mempunyai halaju $\vec{V}$ boleh di tulis seperti berikut

$$\vec{a} = \left(\frac{dv}{dt}\right)\vec{T} + v^2/b\ \vec{N}$$

di mana b ialah jejari kelengkungan.

(30/100)

.../2

(d) Cari persamaan bagi panjang lengkung di dalam bentuk kamilan untuk lengkung yang di beri oleh

$$\vec{R}(t) = a(t - \sin t)\hat{i} + a(1 - \cos t)\hat{j}$$

$$0 \leq t \leq 2\pi, \; a > 0.$$

(20/100)

2. (a) (i) Jika $\phi(x,y,z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$, cari terbitan berarah bagi $\phi(x,y,z)$ di titik (1,3,-2) normal terhadap permukaan $x^3 + y^3 + z^3 = 8$.

(10/100)

(ii) Katakan suhu T pada (x,y,z) di beri oleh $T(x,y,z) = x^2 - y^2 + xyz + 273$. Cari suatu vektor di mana magnitud dan arahnya memberi kadar maksimum bagi perubahan suhu pada titik (-1, 2, 3).

(20/100)

(b) (i) Cari kamilan garis $\vec{F}$ disepanjang lengkung yang ditakrifkan oleh $x = t$, $y = t^2/2$, $z = t^3/2$ $(0 \leq t \leq 2\pi)$.
Jika medan vektor $\vec{F} = 2xy\,\hat{i} + 3y^2\hat{j} + y^2\hat{k}$.

(30/100)

(ii) Jika $$\vec{F} = (y^2 \cos x + z^3)\hat{i} + (2y \sin x - 4)\hat{j} + (3xz^2 + 2)\hat{k},$$

tunjukkan bahawa $\vec{F}$ adalah suatu medan vektor abadi. Dapatkan fungsi skalar $\phi(x,y,z)$ untuk $\vec{F}$. Dengan ini, cari kerja yang dilakukan oleh $\vec{F}$ dalam menggerakkan suatu objek dari A(0, 1, -1) ke B(π/2, -1, 2).

(40/100)

3. (a) (i) Cari luas suatu seksi permukaan $x = u^2$, $y = uv$ dan $z = \frac{1}{2}v^2$ yang di batasi oleh lengkungan $u = 0$, $u = 1$, $v = 0$ dan $v = 3$.

(10/100)

.../3

(ii) Cari kamilan permukaan medan vektor $\vec{F} = x\,\hat{i} + y\,\hat{j} + 3z\,\hat{k}$ ke atas permukaan S yang diberi oleh

$\vec{R}(u,v) = a \text{ kos } u\,\hat{i} + a \sin u\,\hat{j} + v\,\hat{k}$

di mana $0 \leq u \leq \pi$, $0 \leq v \leq \pi$

(30/100)

(b) (i) Jika $\phi(x,y,z) = x^2y^2z^2$ nilaikan $\iiint_V \phi(x,y,z)dV$ di mana V adalah isipadu silinder $x^2 + y^2 = 4$ yang dibatasi oleh $z = -1$ dan $z = 2$.

(30/100)

(ii) Jika $\vec{F} = xy\,\hat{i} + (x^2 + y^2 + z^2)\hat{j} - z^2\,\hat{k}$ nilaikan $\iiint_v \vec{F}\,dv$, di mana v adalah isipadu sfera yang berpusat asalan dan berjejari 2.

(30/100)

4. (a) Tahkikkan teorem Green di dalam satah untuk

$$\oint_c \{(2x - y^3)dx - (xy\,dy)\}$$

di mana c adalah sempadan bagi rantau yang di batasi oleh bulatan $x^2 + y^2 = 1$ dan $x^2 + y^2 = 9$.

(40/100)

(b) Gunakan teorem Stokes untuk menilai $\iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{F}).\vec{ds}$

di mana

$\vec{F} = (x^2+y-4)\hat{i} + 3xy\,\hat{j} + (2xz+z^2)\hat{k}$

dan S adalah permukaan paraboloid $z = 4 - (x^2 + y^2)$.

(60/100)

.../4

5. (a) Tahkikkan teorem Green dalam satah untuk

$$\oint_c \{(3x^2-8y^2)dx + (4y-6xy)dy\}$$

di mana c adalah sempadan bagi rantau yang di takrifkan oleh $y = (x)^{\frac{1}{2}}$ dan $y = x^2$.

(40/100)

(b) Suatu permukaan tertutup dibentuk oleh silinder $x^2 + z^2 = 9$, satah $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ dan $y = 8$; rantau yang di batasi oleh S ini terletak di dalam sukuan pertama

Nilaikan $\iint_S \vec{F}.\vec{ds}$

di mana $\vec{F} = 6z\ \hat{i} + (2x+y)\hat{j} - x\ \hat{k}$

(i) dengan pengiraan langsung kamilan permukaan.

(30/100)

(ii) dengan menggunakan teorem Gauss.

(30/100)

-oooOOooo-