

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1993/94

April 1994

ZMC 211/3 - Kaedah Matematik II

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini. Jawab kesemua EMPAT soalan. Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

- 1.(a) Cari persamaan satah melalui tiga titik
A(-1, 1, 1), B(2, 3, 0), C(0, 1, -2). (20/100)
- (b) Cari jarak dari titik P(1, -2, 3) kepada satah
 $3x - 2y + z + 1 = 0$. (20/100)
- (c) Cari (i) terbitan berarah bagi $\phi(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$
mengikut arah P(1, 1, 0) ke Q(2, 1, 1) dan (ii) nilai
maksimum dan arahnya pada titik (1, 1, 0). (20/100)
- (d) Jika $\vec{r} = \vec{a} \cos \omega t + \vec{b} \sin \omega t$, tunjukkan bahawa

$$\vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \omega \vec{a} \times \vec{b}$$

$$\text{dan } \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\omega^2 \vec{r}$$

di sini \vec{a} , \vec{b} adalah vektor malar dan ω ialah suatu pemalar.

(20/100)

- (e) Jika $\nabla \cdot \vec{E} = 0$, $\nabla \cdot \vec{H} = 0$, $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$,

$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$, tunjukkan bahawa \vec{E} dan \vec{H} menepati persamaan

$$\text{gelombang seperti } \nabla^2 \vec{u} = \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}$$

$\vec{u} \equiv \vec{E}$ atau \vec{H}

- 2 -

Diberi $\nabla \times (\nabla \times \underline{A}) = -\nabla^2 \underline{A} + \nabla(\nabla \cdot \underline{A})$ bagi sebarang vektor \underline{A} .

(20/100)

2.(a) Tunjukkan bahawa $\nabla r^n = nr^{n-2} \underline{r}$. (15/100)

(b) Jika u merupakan suatu fungsi (x,y,z) yang terbezakan buktikan bahawa $\nabla u \cdot d\underline{r} = du$.

(10/100)

(c) Jika $\underline{u} = yz^2 \underline{i} - 3xz^2 \underline{j} + 2xyz \underline{k}$

$$\underline{v} = 3x \underline{i} + 4z \underline{j} - xy \underline{k} \quad \text{dan}$$

$$\phi = xyz$$

Cari

[i] $\underline{u} \times (\nabla \phi)$

[ii] $(\nabla \times \underline{u}) \times \underline{v}$

[iii] $\underline{v} \cdot \nabla \times \underline{u}$

(25/100)

(d) Nilaiikan $\int_c \underline{F} \cdot d\underline{r}$ apabila $\underline{F} = xy \underline{i} + yz \underline{j} + zx \underline{k}$ di sini c adalah lengkung $\underline{r} = t \underline{i} + t^2 \underline{j} + t^3 \underline{k}$ t berubah dari -1 ke $+1$.

(30/100)

(e) Jika $\underline{F} = \cos y \underline{i} - x \sin y \underline{j} - \cos z \underline{k}$, tunjukkan bahawa medan ini adalah abadi.

(10/100)

(f) Cari $\nabla \phi$ jika $\phi = \ln |\underline{r}|$ (10/100)

3.(a) Buktikan teorem keikalan iaitu

$$\iiint_R \nabla \times \underline{f} \, dv = \iint_S d\underline{S} \times \underline{f}$$

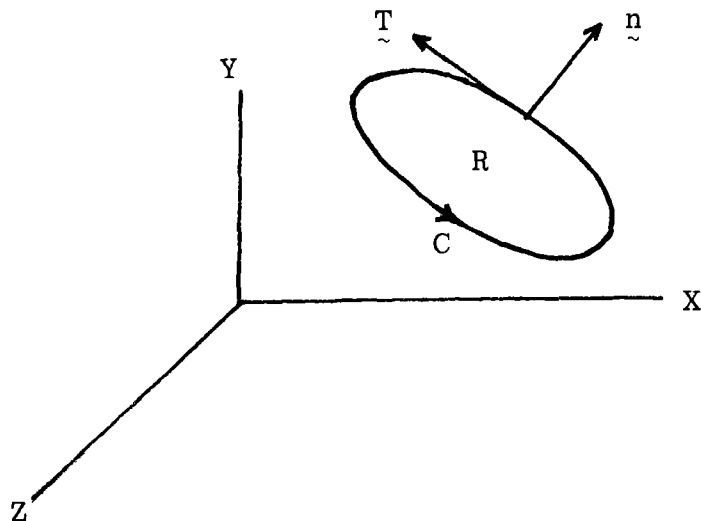
(35/100)

(b) Tunjukkan bahawa jika $\underline{B} = \nabla \times \underline{A}$, maka \underline{A} tidak dapat ditentukan secara unik oleh \underline{B} .

(10/100)

- 3 -

(c)



Tunjukkan bahawa teorem Green di dalam satah, iaitu

$$\oint_C P dx + Q dy = \iint_S \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy \quad (S \text{ ialah luas})$$

dapat diungkapkan sebagai

$$\oint_C \vec{f} \cdot \vec{n} ds = \iint_R \nabla \cdot \vec{f} dx dy$$

di sini $\vec{f} = Q\vec{i} - P\vec{j}$, \vec{n} ialah vektor normal berunit arah keluar pada C (seperti yang ditunjukkan di dalam rajah) dan s ialah panjang lengkok. $P = P(x, y, z)$ dan $Q = Q(x, y, z)$.

(35/100)

(d) Nilaikan $\oint_C \vec{r} \times d\vec{r}$ sepanjang bulatan C yang diwakili oleh

$$x^2 + y^2 = a^2, \quad z = 0$$

(20/100)

Perhatikan bahawa untuk dua vektor \vec{A} dan \vec{B}

$$\nabla \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot (\nabla \times \vec{A}) - \vec{A} \cdot (\nabla \times \vec{B})$$

...4/-

- 4 -

4.(a) Diberi suatu fungsi vektor $\vec{F} = 4xz\vec{i} - y^2\vec{j} + yz\vec{k}$ nilaikan

$\oint_S \vec{F} \cdot d\vec{s}$ secara langsung di atas permukaan apabila S

ialah suatu permukaan kubus yang dibatasi oleh $x = 0$,
 $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$, $z = 0$, $z = 1$.

(70/100)

(b) Juga dapatkan keputusan anda bagi bahagian (a) dengan menggunakan teorem kecapahan. Adakah keputusan anda ini sama dengan yang didapati di dalam bahagian (a)?

(30/100)

- oooOooo -