

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang Akademik 1993/94

Oktober/November 1993

ZMC 210/3 - Kaedah Matematik I

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab KESEMUA ENAM soalan.

Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Dengan ringkas tuliskan teorem de Moivre. Berpandukan teorem ini dapatkan:

(i)  $\arg z$  dan  $\text{Arg } z$  jika  $z = (\sqrt{3} - i)^6$ .

- (ii) ungkapan  $z$  dalam bentuk kutub.

(40/100)

- (b) Cari empat punca bagi persamaan  $z^4 + 4 = 0$ .

(30/100)

- (c) Selesaikan  $e^{4z} = I$  bagi semua nilai  $z$ .

(30/100)

2. (a) Tunjukkan bahawa

$$f(z) = x^3 - 3xy^2 + i(3x^2y - y^3)$$

mematuhi persamaan Cauchy-Riemann di seluruh satah kompleks. Dapatkan ungkapan bagi  $f'(z)$ .

(40/100)

- (b) Cari semua nilai  $e^{\ln(-1)}$ ,  $(1+i)^{1-i}$  dan tentukan nilai utama bagi  $(\cos i)^i$ .

(30/100)

...2/-

2. (c) Hitung  $\int_C (z^*)^2 dz$  melalui titik-titik di bucu segi-empat sama  $z = 0$ ,  $z = 1$ ,  $z = 1 + i$  dan  $z = i$  mengikut urutan yang dinyatakan (di mana  $z^*$  adalah konjugat kompleks bagi  $z$ ).

(30/100)

3. (a) Dengan menggunakan formula kamiran Cauchy hitung:

$$\int_{\Gamma} \frac{z + i}{z^3 + 2z^2} dz$$

$\Gamma$ : bulatan  $|z + 2 - i| = 2$  arah lawan jam.

(20/100)

- (b) Tunjukkan bahawa siri Maclaurin bagi  $\sinh z$  adalah

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k + 1)!} z^{2k+1}$$

Kemudian dapatkan siri Laurent bagi

$$f(z) = \frac{\sinh z}{z^4}$$

Nyatakan tertib kutub  $f(z)$  di  $z = 0$  dan nilai rejanya di situ.

(40/100)

- (c) Dengan menggunakan teorem reja,

- (i) hitung

$$\int_{C: |z|=4} \frac{3z^3 + 2}{(z-1)(z^2+9)} dz$$

- (ii) buktikan bahawa

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1 + a \sin \theta} = \frac{2\pi}{\sqrt{1 - a^2}} \quad (-1 < a < 1)$$

(40/100)

4. (a) Carikan trajektori-trajektori ortogen untuk semua keluarga parabola  $y = cx^2$ .

(40/100)

- (b) Suatu pemberat 12 lb diletakkan pada hujung spring yang tergantung pada siling. Pemberat tersebut dalam keadaan rehat pada posisi keseimbangan di mana spring tadi telah teregang sebanyak 1.5 inci. Kemudian, pemberat ditarik ke bawah dari posisi keseimbangan sebanyak 2 inci dan dilepaskan pada  $t = 0$ . Kirakan sesaran pemberat dalam fungsi masa serta tentukan amplitud, kala dan frekuensi pergerakan yang terhasil. (Diberikan:  $g = 32 \text{ ft s}^{-2}$ ).

(60/100)

5. (a) Diberikan  $y = x$  ialah satu penyelesaian bagi persamaan berikut:

$$(x^2 + 1) \frac{d^2y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

Carikan satu penyelesaian linear tak bersandaran dengan menurunkan tertibnya. Tuliskan penyelesaian umumnya.

(50/100)

- (b) Daripada bahagian (a), carikan penyelesaian umum bagi persamaan berikut:

$$(x^2 + 1) \frac{d^2y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 2y = 6(x^2 + 1)^2$$

(50/100)

6. Carikan penyelesaian siri kuasa bagi masalah nilai-awal berikut:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - y = 0$$

$$y(0) = 1$$

$$y'(0) = 0$$

(100/100)