

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1993/94

April 1994

ZMC 210/3 - Kaedah Matematik I

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini. Jawab kesemua EMPAT soalan. Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

- 1.(a) Suatu induktor (induktansnya 2 H), suatu perintang (rintangannya 16Ω) dan suatu kapasitor (kapasitansnya 0.02 f) disambungkan secara bersiri dengan sebuah bateri yang membekalkan daya gerak elektrik $E = 100 \sin 3t$. Pada $t = 0$, cas Q dalam kapasitor dan arus I melalui litar ini masing-masing sama dengan sifar. Tentukan

[i] cas pada kapasitor, dan

[ii] arus melalui litar

pada suatu masa $t > 0$.

(60/100)

- (b) Hukum Newton pendinginan menyatakan bahawa kadar perubahan suhu sesuatu jasad berkadar dengan perbezaan suhu yang wujud di antara jasad dengan persekitaran. Kalau suatu jasad mendingin (cool down) di dalam suatu persekitaran suhu 20°C dari 80°C ke 60°C dalam masa 20 minit, tentukan suhu jasad itu pada masa 40 minit selepas pendinginan bermula.

(40/100)

- 2.(a) Selesaikan persamaan

$$(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 2y = 0 \quad ,$$

kalau telah didapati $y = x$ adalah satu penyelesaiannya.

(40/100)

...2/-

- 2 -

- (b) Dapatkan penyelesaian siri kuasa di sekitar $x = 0$ bagi persamaan

$$4x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 4x \frac{dy}{dx} + (x^2 - 1)y = 0$$

(60/100)

- 3.(a) Nyatakan persamaan Cauchy-Riemann berkenaan dengan fungsi $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ dan buktikan bahawa syarat perlu untuk suatu fungsi $f(z)$ analitik di dalam suatu kawasan ialah persamaan Cauchy-Riemann dipenuhi di dalam kawasan ini.

(50/100)

- (b) Tunjukkan bahawa untuk kontur C yang dinyatakan sebagai suatu bulatan $|z-1| = 10$,

$$\oint_C z^2 dz = 0$$

(20/100)

- (c) Buktikan bahawa

$$\oint_C \frac{dz}{(z-a)^n} = \begin{cases} 2\pi i & \text{kKalau } n = 1 \\ 0 & \text{kKalau } n = 2, 3, 4, \dots \end{cases}$$

bagi sebarang kontur C tertutup yang membatasi suatu rantau dengan titik $z = a$ berada di dalamnya.

(30/100)

- 4.(a) Nilai kamiran berikut untuk kontur C tertutup yang dinyatakan sebagai $|z| = 2$:

[i] $\oint_C \frac{5z^2 - 3z + 2}{(z-1)^3} dz$ (20/100)

[ii] $\oint_C \frac{e^z}{(z-1)(z+3)^2} dz$ (20/100)

[iii] $\oint_C \frac{z^2}{(z-2)(z^2+1)} dz$ (20/100)

- 3 -

(b) Tentukan siri Laurent di sekitar $z = a$ bagi fungsi berikut:

$$[i] \quad f(z) = \frac{e^z}{(z-1)^2} ; \quad a = 1 \quad (20/100)$$

$$[ii] \quad f(z) = \frac{z}{(z+1)(z+2)} ; \quad a = -1 \quad (20/100)$$

- oooOooo -