

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1987/88

ZSC 408/3 - Ilmu Mekanik Kuantum

Tarikh: 5 November 1987

Masa: 9.00 pagi. - 12.00 t/hari.
(3 jam)

Jawab EMPAT soalan sahaja.
Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Buktikan teorem bahawa fungsieigen bagi nilai-eigen yang berlainan bagi suatu operator Hermitean adalah berortogon.
(30/100)
- (b) Buktikan teorem:- Jika dua operator A dan B berkomut dan operator A mempunyai nilai-eigen tak degenerat, fungsieigen bagi A juga fungsieigen bagi operator B.
(30/100)
- (c) Terangkan makna (i) keadaan tulen, (ii) keadaan bercampur. Bincangkan nilai jangkaan bagi pengukuran suatu kuantiti terukurkan yang diwakili dengan suatu operator Q.
(40/100)
2. (a) Bincangkan penggunaan model osilator harmonik mudah mekanik kuantum di dalam sistem-sistem fizik.
(50/100)
- (b) Hamiltonian H bagi suatu osilator harmonik mudah di dalam 2-D adalah
$$H = \frac{-\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{2} m\omega^2 (x^2 + y^2).$$
(i) Tentukan fungsieigennya. (Tidak perlu mendapat polinomial Hermite.)
(10/100)

...2/-

(ii) Hitungkan nilai eigen tenaganya E_n .

(20/100)

(iii) Hitungkan peringkat kedegeneratan bagi paras tenaga E_n .

(20/100)

3. (a) Operator L_+ dan operator L_- bagi momentum sudut orbital ditakrifkan sebagai

$$L_+ = L_x + iL_y \quad \text{dan} \quad L_- = L_x - iL_y.$$

Tunjukkan bahawa

$$L_+ Y_{\ell m} = \hbar \sqrt{(\ell - m)(\ell + m + 1)} Y_{\ell, m+1}.$$

Di sini $Y_{\ell m} = Y_{\ell m}(\theta, \phi)$ adalah harmonik sfera (spherical harmonics).

(50/100)

(b) Tuliskan persamaan Schrodinger yang bersandar pada masa bagi suatu zarah di dalam suatu medan keupayaan pusat $V(r)$.

Tunjukkan secara ringkas bagaimana suatu persamaan jejarian (1-D) dapat diperolehi daripada persamaan Schrodinger. Berikan tafsiran fizik bagi persamaan jejarian ini.

(50/100)

4. (a) Huraikan secara ringkas penggunaan kaedah variasi di dalam ilmu mekanik kuantum.

(30/100)

(b) Suatu pengayun (osilator) tak harmonik berdimensi 1 mempunyai Hamiltonian H yang diberi dengan

$$H = \frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2} kx^4.$$

Gunakan kaedah variasi untuk menghitungkan suatu anggaran tenaga keadaan dasar bagi pengayun itu. Anggapkan bahawa suatu fungsi percubaan bagi fungsigelombang keadaan dasar adalah

$$\psi_{\alpha}(x) = Ce^{-\alpha x^2}$$

di mana C adalah pemalar penormalan dan α adalah suatu parameter variasi. Tunjukkan bahawa nilai optimum α ialah

$$\alpha = \left(\frac{3mk}{8\hbar^2} \right)^{1/3}$$

(70/100)

[Diberi:-

$$\int_0^{\infty} x^m e^{-ax^2} dx = \frac{\Gamma\left(\frac{m}{2} + \frac{1}{2}\right)}{2 a^{(m+1)/2}}$$

dan

$$\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{1.3.5. \dots . (2n-1)\sqrt{\pi}}{2^n}$$

5. Tulis nota pendek bagi tiap-tiap topik yang berikut:

- (a) Persamaan Schrodinger. (25/100)
- (b) Operator-operator yang berkomut. (25/100)
- (c) Kedegeneratan bagi atom hidrogen. (25/100)
- (d) Penggunaan teori usikan pegun. (25/100)

- oooOooo -