UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1987/88

ZMC 210/3 - Kaedah Matematik I

Tarikh: 25 Oktober 1987 Masa: 9.00 pagi - 12.00 t/hari
(3 jam)

Jawab LIMA soalan sahaja.
Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Tentukan kawasan di dalam satah kompleks yang diberikan oleh

$$|z - 3| + |z + 3| < 10.$$

Lakarkan juga kawasan itu.

(20/100)

(b) Nyatakan syarat Cauchy-Riemann dan sebutkan pentingnya serta kegunaannya.

Diberikan $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ analitik, kalau $u(x,y) = x^2 - y^2 + xy$, carilah v. Nyatakan $f(z)$ di dalam sebutan z.

(30/100)

(c) Kalau $z = \alpha$ ialah sebarang punca bagi $z^4 = 1$ yang berbeza daripada 1, tunjukkan

(i) kesemua punca yang jelas beza bagi $z^4 = 1$ di dalam sebutan α,

(ii) penjumlahan kesemua punca itu bersamaan sifar, dan

(iii) itlakkan keputusan (i) dan (ii) bagi kes $z^n = 1$, n integer.

(30/100)

(d) Nyatakan nilai z supaya siri berikut bertumpu

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (z^2 + 2z + 2)^{2n}.$$

(20/100)

...2/-

2. (a) Buktikan formula kamilan Cauchy.

(40/100)

(b) Nilaikan kamilan

$$\oint_C \frac{e^{2z}}{z^2 + 4}\, dz$$

di mana c ialah $|z - i| = 3$.

(40/100)

(c) Bagaimana perhubungan formula kamilan Cauchy dan teorem residue? Gunakan kamilan di dalam (b) untuk menjelaskan jawapan anda.

(20/100)

3. (a) Nyatakan dan sebutkan jenisnya titik singular bagi

$$f(z) = \frac{z}{(z + 2)(z - 1)^2} .$$

Terbitkan siri Laurent terhadap kesemua titik singular. Nyatakan kawasan penumpuan bagi siri-siri itu.

(60/100)

(b) Nilaikan kamilan

$$\oint_C \frac{zdz}{(z - 1)^2(z + 2)}$$

bagi lintasan yang berikut:

(i) $C : |z| < 3$.

(ii) $C : |z - 1| < 3$.

(iii) $C : |z + 3| < 3$.

(40/100)

4. (a) Suatu zarah berjisim m terjatuh di dalam suatu bahantara merintang di bawah pengaruh graviti. Kalau daya rintangan bahantara berkadar terus dengan halaju v,

.../3-

(i) dapatkan halaju seketika zarah dan bincangkan hal apabila masa t menjadi tak terhingga. Lakarkan keputusan yang didapati.

(ii) bincangkan keputusan yang dijangka kalau daya merintang berkadar terus dengan V^2. Banding-kan keputusan dengan keputusan di dalam (i).

(50/100)

(b) Bagi masalah lemati bebas

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

bincangkan hal-hal berlainan yang berlaku.

(50/100)

5. (a) Tunjukkan bagaimana persamaan Legendre tertimbul daripada persamaan Laplace.

(30/100)

(b) Dapatkan satu penyelesaian terhadap titik singularnya.

(40/100)

(c) Kembangkan $f(x) = x + x^2$ sebagai suatu siri Legendre.

(30/100)

Panduan: Formula Rodrigues bagi Polinomial Legendre ialah

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \left(\frac{d}{dx}\right)^n (x^2 - 1)^n.$$

6. Penyelesaian masalah osilator harmonik 1-dimensi menghasilkan persamaan Hermite

$$H''(x) - 2xH'(x) + (\varepsilon - 1)H(x) = 0$$

di mana ε pemalar yang bersamaan dengan $2E/E_o$, E ialah tenaga bagi osilator dan E_o pemalar.

(a) Tunjukkan bahawa kaedah siri kuasa menghasilkan perhubungan jadi semula

$$c_{n+2} = \frac{[2n - (\varepsilon - 1)]}{(n+1)(n+2)} c_n; \qquad n = 0,1,2,...$$

(40/100)

(b) Dapatkan tiga sebutan pertama bagi kedua-dua siri berkuasa genap dan siri berkuasa ganjil.

(20/100)

(c) Pada suatu hal yang tertentu osilator harmonik itu mematuhi persamaan

$$H(x) = 1 - 4x^2,$$

dapatkan tenaga bagi osilator.

(20/100)

(d) Bagi penyelesaian terhingga, nyatakan tenaga osilator E di dalam sebutan E_o.

(20/100)

- oooOooo -