

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1998/99

Februari 1999

ZCT 304/3 - Keelektrikan dan Kemagnetan

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab LIMA soalan sahaja. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

Panduan

$$\int \frac{dz}{\sqrt{z^2 + a^2}} = \ln \left(\frac{\sqrt{z^2 + a^2}}{a} + \frac{z}{a} \right)$$

Penyelesaian $\nabla^2 V(r, \theta) = 0$ di dalam koordinat sferaan adalah

$$V(r, \theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} A_{\ell} r^{\ell} P_{\ell}(\cos \theta) + \sum_{\ell=0}^{\infty} B_{\ell} r^{-(\ell+1)} P_{\ell}(\cos \theta)$$

di mana $P_0(\cos \theta) = 1$
 $P_1(\cos \theta) = \cos \theta$
 $P_2(\cos \theta) = \frac{3}{2} \cos^2 \theta - 1$

...2/-

Sistem Koordinat Silindran

$$\vec{\nabla}u = \hat{\rho} \frac{\partial u}{\partial \rho} + \hat{\phi} \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \hat{z} \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \hat{\rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) + \hat{\phi} \left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right) + \hat{z} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\rho) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi} \right]$$

$$d\tau = \rho d\rho d\phi dz \quad da_\rho = \pm \rho d\phi dz \quad da_\phi = \pm \rho dz \quad da_z = \pm \rho d\rho d\phi$$

$$\hat{\rho} = \cos\phi \hat{x} + \sin\phi \hat{y} \quad \hat{\phi} = -\sin\phi \hat{x} + \cos\phi \hat{y}$$

Sistem Koordinat Sferaan

$$\vec{\nabla}u = \hat{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \hat{\phi} \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial u}{\partial \phi}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin\theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \frac{\hat{r}}{r \sin\theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin\theta A_\phi) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right] + \frac{\hat{\theta}}{r} \left[\frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \right] + \frac{\hat{\phi}}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right]$$

$$d\tau = r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi \quad da_r = \pm r^2 \sin\theta d\theta d\phi \quad da_\theta = \pm r \sin\theta dr d\phi$$

$$da_\phi = \pm r dr d\theta \quad \hat{r} = \sin\theta \cos\phi \hat{x} + \sin\theta \sin\phi \hat{y} + \cos\theta \hat{z}$$

$$\hat{\theta} = \cos\theta \cos\phi \hat{x} + \cos\theta \sin\phi \hat{y} - \sin\theta \hat{z} \quad \hat{\phi} = -\sin\phi \hat{x} + \cos\phi \hat{y}$$

1. Satu cakera bulat berjajari r mempunyai ketumpatan cas permukaan σ yang seragam. Satu cas bermagnitud Q diletakkan di paksi cakera (paksi z) pada jarak z dari pusatannya.
 - (a) Hitung daya elektrik yang bertindak ke atas cas titik tersebut. (60/100)
 - (b) Hitung kerja yang dilakukan untuk menggerakkan cas tersebut dari z_0 ($z_0 > z$) ke z . (40/100)

2. Satu konduktor berbentuk sfera mempunyai jejari a dan mengandungi cas Q . Sfera ini telah diletakkan di suatu medan elektrik E_0 yang seragam. Cari keupayaan elektrik di kawasan luar sfera. Sila lihat panduan. (100/100)

3. Suatu dielektrik berbentuk sfera berjajari R telah terkutub dengan vektor pengkutuban $P = (K/r^\alpha) \hat{r}$ di mana \hat{r} merupakan vektor unit jejarian dan K dan α adalah pemalar.
 - (a) Hitungkan ketumpatan cas isipadu terikat ρ_b dan ketumpatan cas permukaan terikat σ_b . (20/100)
 - (b) Hitung jumlah cas terikat di sfera tersebut. (20/100)
 - (c) Dapatkan ketumpatan isipadu cas bebas ρ_f di sfera. (20/100)
 - (d) Dengan menggunakan hukum Gauss dapatkan keupayaan elektrik di bahagian dalam dan luar sfera. (40/100)

4. Satu dawai panjang berjajari a membawa arus I . Dawai ini diletak di paksi satu silinder besi berdinding nipis. Jejari bahagian dalam silinder tersebut adalah b dan jejari bahagian luar ialah c .
 - (a) Hitungkan fluks magnet di bahagian silinder (iaitu $b < r < c$) yang panjangnya ℓ . (20/100)
 - (b) Dapatkan ketumpatan arus setara di bahagian dalam dan luar permukaan silinder. Berikan arah-arahnya merujuk kepada arah arus pada dawai. (40/100)
 - (c) Dapatkan nilai ketumpatan arus isipadu di dalam silinder besi. (20/100)
 - (d) Apakah nilai aruhan magnet B bagi $r > c$? (20/100)

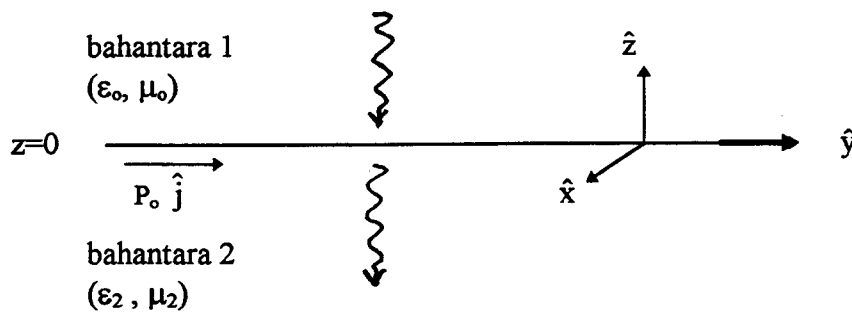
...4/-

5. Gelombang elektromagnet berambat tegaklurus di bahantara 1 dan 2 seperti yang ditunjukkan di rajah . Vektor keamatan elektrik gelombang tersebut di bahantara 1 adalah

$$\mathbf{E}_1 = [E_0 e^{-ik_1 z} + E_0 a e^{+ik_1 z}] \hat{\mathbf{j}} e^{-i\omega t}$$

dan di bahantara 2 ia lah

$$\mathbf{E}_2 = [E_0 b e^{+ik_2 z}] \hat{\mathbf{j}} e^{-i\omega t}$$



Pengkutuban kemudiannya telah dikenakan pada bahantara 2 dengan vektor pengkutuban $P_0 \hat{\mathbf{j}}$ di mana P_0 adalah malar.

- (a) Dengan menggunakan persamaan Maxwell dapatkan vektor keamatan magnet \mathbf{H} di kedua-dua bahantara tersebut. Tuliskan paduan \mathbf{E} di bahantara 2.

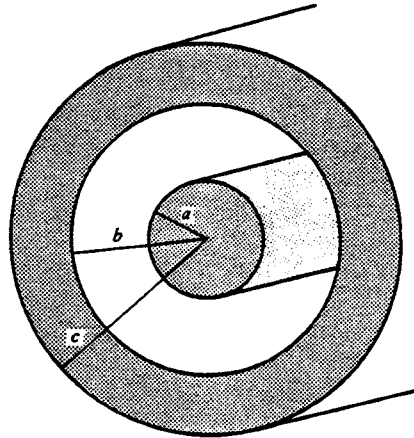
(60/100)

- (b) Berpandukan syarat-syarat sempadan dapatkan nilai-nilai pemalar a dan b .

(40/100)

...5/-

6. Pertimbangkan dua konduktor silinderaan yang sepaksi. Sila rujuk gambarajah di bawah. Konduktor bahagian dalam membawa arus I pada arah \hat{z} dan konduktor bahagian luar pula membawa arus I pada arah $-\hat{z}$. Anggap arus tersebut bertabur seragam.



- (a) Hitung \mathbf{B} (i) di ruang antara konduktor ($a < r < b$),
(ii) di kawasan konduktor bahagian luar ($b < r < c$),
dan di kawasan $r > c$.

(60/100)

- (b) Dengan menggunakan hubungan $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$, dapatkan vektor \mathbf{A} di ruang $b < r < c$.

(40/100)

- oooOooo -