

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan KSCP  
Sidang Akademik 1999/2000

April 2000

ZCT 304/3 - Keelektrikan dan Kemagnetan

Masa : [ 3 jam ]

---

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi SEPULUH muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab mana-mana ENAM soalan. Calon-calun boleh menjawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia. Jika calon-calun memilih untuk menjawab dalam Bahasa Inggeris, sekurang-kurangnya satu soalan wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Tuliskan persamaan-persamaan Maxwell dalam bentuk pembezaan bagi vakum bagi kes di mana cas dan ketumpatan arus wujud.  
(20/100)
- (b) Terbitkan persamaan-persamaannya yang berkaitan dalam bentuk kamiran dan bincangkan dengan ringkas makna fizikal bagi setiap persamaan.  
(40/100)
- (c) Bagi ruang bebas, di mana cas dan ketumpatan arus adalah sifar, terbitkan persamaan gelombang bagi amplitud medan elektrik  $\vec{E}$ . Maka cari persamaan bagi laju gelombang  $c$  dalam sebutan pemalar-pemalar asas  $\epsilon_0$  dan  $\mu_0$ .  
(40/100)

...2/-

2. (a) Takrifkan keupayaan  $V(\vec{r})$  bagi suatu medan elektrostatik dan buktikan bahawa di dalam kawasan yang bebas cas  $V(\vec{r})$  mematuhi persamaan Laplace  $\nabla^2 V = 0$ .

(30/100)

- (b) Penyelesaian am terpisahkan bagi persamaan Laplace adalah  $V(\vec{r}) = f_l(r)Y_{lm}(\theta, \phi)$  di mana  $l$  dan  $m$  adalah integer dan  $f_l(r) = r^l$  atau  $r^{-(l+1)}$ . Bagi setiap  $l$ , apakah nilai-nilai  $m$  yang dibenarkan?

(20/100)

- (c) Dengan menggunakan koordinat de Kartes  $x = r\sin\theta \cos\phi$ ,  $y = r\sin\theta \sin\phi$ ,  $z = r\cos\theta$  terbitkan ungkapan-ungkapan bagi medan  $\vec{E}$  untuk kes  $l = 1$  dan  $m = 0$  dan dua bentuk  $f_l(r)$ . Lakarkan garisan-garisan medan berkenaan dan terangkan apakah makna fizikal corak-corak medan tersebut.

$$[Y_{10}(\theta, \phi) = (3/4\pi)^{1/2} \cos\theta]$$

(50/100)

3. (a) Bagi magnetostatik, takrifkan keupayaan vektor  $\vec{A}(\vec{r})$

(20/100)

- (b) Terangkan apa makna transformasi "gauge" bagi  $\vec{A}(\vec{r})$  dan fungsi "gauge"  $\chi$ .

(20/100)

- (c) Pertimbangkan suatu medan magnet yang seragam dalam arah  $z$ ,  $\vec{B} = (0, 0, B_0)$ . Buktikan bahawa ketiga vektor keupayaan yang berkaitan dengan medan  $\vec{B}$  ini adalah (i)  $\vec{A} = (0, B_0 x, 0)$ , (ii)  $\vec{A} = (-B_0 y, 0, 0)$  dan (iii)  $\vec{A} = (-\frac{1}{2}B_0 y, \frac{1}{2}B_0 x, 0)$

(30/100)

- (d) Cari ketiga-tiga fungsi "gauge" yang berkaitan dengan transformasi "gauge" di antara (i) dan (ii), (ii) dan (iii) and (i) dan (iii).

(30/100)

4. Penyelesaian medan hakiki  $\vec{E}_R$  untuk persamaan gelombang Maxwell bagi vakum bagi kes gelombang yang berambat dalam arah  $z$  boleh ditulis dalam sebutan suatu vektor amplitud kompleks  $\vec{E}_0$  sebagai

$$\vec{E}_R = \text{Re}[\vec{E}_0 \exp(ikz - i\omega t)]$$

- (a) Terangkan, gunakan rajah jika perlu, bagaimanakah perhubungan kuantiti-kuantiti  $k$  dan  $\omega$  dengan panjang gelombang dan frekuensi.

(30/100)

- (b) Dengan menulis medan magnet hakiki  $\vec{B}_R$  sebagai  $\vec{B}_R = \text{Re}[\vec{B}_0 \exp(ikz - i\omega t)]$  terbitkan suatu ungkapan bagi kuantiti kompleks  $\vec{B}_0$  dalam sebutan  $\vec{E}_0$ ,  $k$  dan  $\omega$ .

(20/100)

- (c) Buktikan bahawa kedua-dua  $\vec{E}_0$  dan  $\vec{B}_0$  adalah melintang,  $E_{0z} = B_{0z} = 0$ .

(20/100)

- (d) Pertimbangkan titik  $z = 0$ . Lukiskan beberapa lakaran untuk menunjukkan bagaimana  $\vec{E}_R$  dan  $\vec{B}_R$  berubah dengan masa  $t$  bagi gelombang-gelombang yang (a) terkutub satah dengan  $\vec{E}_R$  pada arah  $x$  dan (b) terkutub membulat arah tangan kanan dan kiri.

(30/100)

5. (a) Dengan menganggap bahawa kadar perubahan medan tenaga adalah

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \epsilon_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{\mu_0} \vec{B} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

gunakan persamaan-persamaan Maxwell untuk menerbitkan teorem Poynting bagi medan elektromagnet dalam vakum apabila tiada cas atau arus wujud.

(20/100)

- (b) Terangkan apakah ciri fizikal medan elektromagnet yang dapat dijelaskan oleh teorem Poynting.

(20/100)

- (c) Bim dari 2 mW He-Ne laser diatur supaya melalui suatu alat pengkutuban dan kemudian difokus ke saiz satu titik berdiameter 0.5 mm. Anggap separuh kuasa hilang di alat pengkutuban dan ketumpatan kuasa adalah seragam pada keseluruhan titik fokus. Dengan mengambil arah  $z$  sebagai arah bim berambat cari nilai-nilai punca min-kuasa-dua bagi  $E$  dan  $B$  di kawasan titik fokus.

(60/100)

...4/-

6. (a) Tulis persamaan-persamaan Maxwell dalam bentuk pembezaan bagi bahantara am di mana ketumpatan-ketumpatan cas dan arus wujud. (20/100)
- (b) Buktikan bahawa hukum keabadian cas dalam bentuk pembezaan adalah akibat dari persamaan-persamaan Maxwell ini. (30/100)
- (c) Kamirkan hukum keabadian cas tersebut melalui isipadu  $V$  dan gunakan teorem Gauss terhadap ungkapan yang mengandungi ketumpatan arus  $\vec{j}$  untuk menerbitkan hukum ini dalam bentuk kamiran. (20/100)
- (d) Gunakan hukum tersebut dalam bentuk kamiran untuk menerangkan bahawa hukum ini sememangnya adalah berkaitan dengan keabadian cas. (30/100)
7. Ciri-ciri optik bagi logam monovalen seperti Ag atau Na boleh dijelaskan dengan suatu fungsi dielektrik bersandaran frekuensi  $\varepsilon(\omega)$  dalam bentuk
- $$\varepsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2 / \omega^2 \quad \text{di mana } \omega_p^2 = ne^2 / \varepsilon_0 m$$
- Di sini  $n$  adalah ketumpatan elektron-elektron di dalam logam dan  $m$  adalah jisim "effective" bagi elektron.  $f_p = \omega_p / 2\pi$  dipanggil *frekuensi plasma*.
- (a) Dengan menganggap  $n = 2 \times 10^{29} \text{ m}^{-3}$  dan  $m$  adalah jisim elektron bebas  $m_e$ , cari nilai bernombor bagi  $f_p$  dan nilai panjang gelombang yang berkaitan  $\lambda_p = c / f_p$  dan seterusnya sahkan bahawa nilai-nilai ini berada dalam julat ultra-lembayong. (30/100)
- (b) Buktikan bahawa  $\varepsilon(\omega) \rightarrow -\infty$  apabila  $\omega \rightarrow 0$ , dan  $\varepsilon(\omega_p) = 0$  dan  $\varepsilon(\omega) \rightarrow 1$  apabila  $\omega \rightarrow \infty$ . Maka lakarkan graf  $\varepsilon(\omega)$  melawan  $\omega$ . (30/100)
- (c) Dengan menganggap bahawa di dalam suatu gelombang bersatah semua vektor medan adalah berkadarkan  $\exp[i\vec{k}\cdot\vec{r} - i\omega t]$ , dan hubungan di antara magnitud  $k$  dan  $\omega$  adalah  $k^2 = \varepsilon(\omega)\omega^2 / c^2$ , gunakan lakaran  $\varepsilon(\omega)$  untuk melakarkan graf  $k$  melawan  $\omega$ . (40/100)

(Nilai-nilai dalam unit SI:  $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$ ,  $m_e = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$ )

...5/-

8. (a) Terangkan apakah yang dimaksudkan dengan satu pandu gelombang logam. Di dalam julat spektrum elektromagnet yang manakah pandu gelombang ini digunakan?

(30/100)

- (b) Bagi gelombang yang berambat pada arah  $x$ , persamaan bagi perambatannya adalah

$$k_x^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{n^2 \pi^2}{d^2}$$

di mana  $d$  adalah lebar pandu gelombang tersebut dan  $n = 1, 2, 3, \dots$  adalah integer. Lakarkan graf-graf bagi menunjukkan kebersandaran  $\omega$  terhadap  $k_x$  bagi beberapa nilai  $n$ .

(40/100)

- (c) Gunakan graf anda untuk menerangkan makna frekuensi "cut-off" dan kawasan monomod.

(30/100)

...6/-