

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan KSCP  
Sidang Akademik 1997/98

April 1998

ZCT 310/4 - Kaedah Matematik

Masa: [3 jam]

---

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua ENAM soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

Jadual Transformasi Laplace

$f(t)$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$
$t^n$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$e^{kt}$	$\frac{1}{s-k}$
$t e^{kt}$	$\frac{1}{(s-k)^2}$
$\cosh kt$	$\frac{s}{s^2 - k^2}$
$\sinh kt$	$\frac{k}{s^2 - k^2}$
$\cos kt$	$\frac{s}{s^2 + k^2}$
$\sin kt$	$\frac{k}{s^2 + k^2}$

...2/-

1. (a) Buktikan bahawa  $L\{t^2\} = \frac{2}{s^3}$ . Kemudian dengan menggunakan keputusan ini dan ciri-ciri transformasi Laplace, cari

(i)  $L\{(t - 2)^2\}$

(ii)  $L\{e^{-3t} t^2\}$

(iii)  $L\{e^{3t}(t - 2)^2\}$

(50/100)

- (b) Satu pengayun mudah terlembap dengan jisim  $m$  dan pemalar spring  $k$  berosilasi mengikut hukum Newton kedua:

$$m x''(t) + b x'(t) + k x(t) = 0$$

dengan syarat awal  $x(0) = v_0$  dan  $x'(0) = 0$ . Jika pemalar lembapannya adalah  $b^2 = 4km$  selesaikan persamaan pembezaan di atas dengan kaedah transformasi Laplace untuk mendapatkan  $x(t)$ .

(50/100)

2. (a) Pertimbangkan fungsi berikut:

$$f(x) = |\sin x|$$

- (i) Buktikan bahawa fungsi ini ganjil ataupun genap.
- (ii) Lakarkan graf  $f(x)$  melawan  $x$  bagi julat  $-3\pi \leq x \leq 3\pi$ .
- (iii) Kembangkan fungsi tersebut dalam bentuk siri Fourier di selang  $(-\pi, \pi)$ .

(60/100)

- (b) Kembangkan

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -\frac{1}{2} < x < 0 \\ h & 0 < x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

di dalam bentuk siri Fourier kompleks.

(40/100)

3. (a) Dapatkan transformasi Fourier sinus dan kosinus bagi

$$f(t) = e^{-at}, \quad a > 0$$

(60/100)

- (b) Di dalam satu ruang lohong beresonans, satu gelombang elektromagnet yang berfrekuensi
- $\omega_0$
- beresilasi mengikut

$$A(t) = A_0 e^{-\omega_0 t/2Q} e^{-i\omega_0 t}, \quad t > 0$$

Anggap  $A(t) = 0$  bagi  $t < 0$ ,  $Q$  adalah satu parameter yang berkaitan dengan nisbah tenaga yang hilang dalam satu kitaran.

Hitung taburan frekuensi bagi osilasi tersebut,  $|a(\omega)|^2$ , di mana  $a(\omega)$  adalah transformasi Fourier bagi  $A(t)$ .

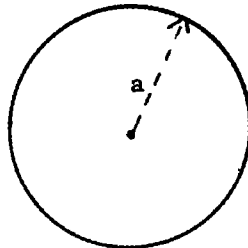
(40/100)

4. Selesaikan persamaan haba dalam satu dimensi dengan nilai awal dan sempadan, yang diberikan seperti di bawah ini:

$$\begin{aligned} u_t &= \alpha^2 u_{xx} \\ u(x,0) &= \theta_0 \\ u(0,t) &= u(L,t) = 0 \end{aligned}$$

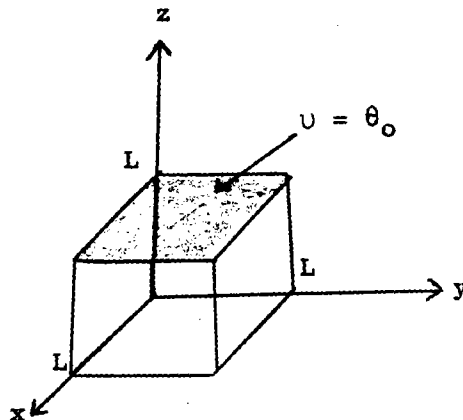
(100/100)

5. Selesaikan persamaan Schrodinger dalam dua dimensi bagi suatu zarah yang hanya bebas bergerak dalam sebuah bulatan (jejaringnya adalah  $a$ ).



(100/100)

6. Cari suhu keadaan mantap pada kubus ini di mana suhu permukaan sempadannya ialah seperti yang dirajahkan. Panjang setiap sisi kubus itu adalah  $L$ .



$v = 0$  pada semua permukaan lain.

(100/100)