

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1997/98

September 1997

ZCT 301/2 - Mekanik Klasik

Masa: [2 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua EMPAT soalan. Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) (i) Vektor $\vec{A} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$ dan vektor $\vec{B} = -3\vec{j} + 6\vec{k}$.
Cari vektor \vec{C} supaya $2\vec{A} + 7\vec{B} + 5\vec{C} = 0$.
(10/100)

(ii) Katakan $\vec{F}_1 = 10\vec{i} - 15\vec{j} - 20\vec{k}$, $\vec{F}_2 = 6\vec{i} + 8\vec{j} - 12\vec{k}$.
Cari hasil darab noktah dari dua vektor itu dan sudut di antaranya.
(15/100)

(b) Satu zarah bergerak sepanjang suatu lengkung yang persamaan parameternya ialah $x = 3e^{-2t}$, $y = 4 \sin 3t$, $z = 5 \cos 3t$ di mana t ialah masa.

(i) Cari halaju dan pecutan zarah pada sebarang masa.

(ii) Cari magnitud halaju dan pecutan pada $t = 0$.

(20/100)

(c) Satu zarah bergerak supaya vektor kedudukannya diberi oleh $\vec{r} = a \cos \omega t \vec{i} + a \sin \omega t \vec{j}$ di mana ω ialah satu pemalar.

Tunjukkan bahawa

(i) halaju \vec{v} zarah itu adalah tegak lurus dengan \vec{r} .

.../2-

- 2 -

(ii) pecutan \vec{a} terarah terhadap asalan dan mempunyai magnitud yang berkadar dengan jarak dari asalan,

(iii) $\vec{r} \times \vec{v}$ = suatu vektor malar dan bincangkan gerakan zarah tersebut.

(35/100)

(d) Tunjukkan bahawa medan daya \vec{F} yang ditakrif oleh

$$\vec{F} = (y^2z^3 - 6xz^2)\vec{i} + 2xyz^3\vec{j} + (3xy^2z^2 - 6x^2z)\vec{k}$$

adalah suatu medan daya abadi.

(20/100)

2. (a) Buktikan bahawa kadar perubahan momentum sudut merujuk kepada masa bagi suatu zarah adalah sama dengan momen dari daya luar (tork \vec{N}), iaitu buktikan bahawa

$$\dot{\vec{L}} = \vec{N}$$

di mana \vec{L} ialah momentum sudut zarah.

Bilakah tork \vec{N} menjadi sifar dan apakah yang kita dapat nyatakan tentang daya tersebut bagi kes ini? Beri kesimpulan tentang persamaan di atas dalam kes ini dan nyatakan prinsip yang berikutan hal ini.

(25/100)

- (b) (i) Pertimbangkan suatu sistem zarah yang jisimnya ialah $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ pada kedudukan dari asal 0 ialah $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_n$ yang ditindakkan oleh daya luar \vec{F}_i pada zarah m_i . Tunjukkan bahawa kadar perubahan momentum sudut merujuk kepada masa bagi sistem ini diberi oleh

.../3-

- 3 -

$$\dot{\vec{L}} = \vec{N} + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ i \neq k}}^n \vec{r}_i \times \vec{F}_{ik}$$

di mana \vec{F}_{ik} ialah daya dalam, iaitu daya di antara zarah i dan zarah k dan \vec{N} ialah jumlah vektor momen daya luar yang bertindak ke atas sistem.

- (ii) Bilakah persamaan di atas, iaitu di dalam soalan b(i) dapat ditulis sebagai

$$\dot{\vec{L}} = \vec{N}$$

Buktikan keputusan ini.

Nyatakan prinsip yang berikutan hal ini dan bilakah jumlah momentum sudut bagi sistem tersebut adalah suatu pemalar gerakan.

(40/100)

- (c) Sebuah roket bergerak dengan halaju $\vec{v}(t)$ merujuk kepada suatu sistem koordinat yang tetap. Katakan $m(t)$ sebagai jisim roket dan pembakar pada masa t . Andaikan bahawa gas pengeluaran yang memecutkan roket itu ke depan dengan halaju \vec{V} malar, relatif kepada roket.

Tunjukkan bahawa halaju roket yang maksimum di dalam ruang bebas diberi oleh

$$\vec{v}_{\text{maks}} = \vec{v}_0 - \vec{V} \ln \left(1 + \frac{M}{M_0} \right)$$

di mana \vec{v}_0 ialah halaju awal roket, iaitu pada $t = 0$, M_0 ialah jisim rangka roket dan M ialah jisim pembakar pada $t = 0$.

(35/100)

.../4-

- 4 -

3. (a) (i) Nyatakan dan ungkapan hukum Newton kedua bagi gerakan suatu zarah relatif kepada suatu sistem koordinat $x'y'z'$ yang ditetapkan dalam ruang (sistem inersial).
(5/100)
- (ii) Tuliskan persamaan Newton itu bagi gerakan zarah relatif kepada sistem xyz yang mempunyai asalan yang sama dengan sistem $x'y'z'$ tetapi berputar dengan halaju sudut ω (bukan malar) merujuk kepada sistem tetap $x'y'z'$.
(15/100)
- (b) Suatu sistem koordinat xyz berputar merujuk kepada suatu sistem $x'y'z'$ yang mempunyai asalan yang sama dengan sistem xyz dan diandaikan tetap dalam ruang (iaitu sistem inersial). Halaju sudut sistem xyz relatif kepada sistem $x'y'z'$ diberi oleh $\underline{\omega} = 2t \underline{i} - t^2 \underline{j} + (2t + 4)\underline{k}$ di mana t ialah masa. Vektor kedudukan suatu zarah pada masa t seperti yang diperhatikan di dalam sistem xyz diberi oleh $\underline{r} = (t^2 + 1)\underline{i} - 6t \underline{j} + 4t^3 \underline{k}$.
- (i) Cari halaju ketara dan
(ii) halaju benar pada masa $t = 1$.
(15/100)
- (c) Cari
(i) pecutan ketara dan
(ii) pecutan benar zarah tersebut di dalam soalan 3(b) pada masa $t = 1$.
(20/100)
- (d) (i) Tuliskan persamaan Newton bagi gerakan zarah di dalam soalan 3(a)(ii) jika asalan sistem xyz tidak bertepatan (coincide) dengan asalan sistem $x'y'z'$.

- (ii) Cari persamaan gerakan suatu zarah relatif kepada seorang pemerhati di atas permukaan bumi, dengan mengandaikan bahawa halaju sudut bumi ω adalah malar. Gunakan gambarajah untuk mengilustrasikan gerakan zarah.

(45/100)

4. (a) Di bawah pengaruh suatu daya pusat pada titik 0, suatu zarah bergerak di dalam orbit bulatan yang menerusi titik 0. Cari hukum daya dengan sebutan u , di mana $u = 1/r$ dan r ialah jarak zarah dari pusat daya 0.

Diberi persamaan gerakan orbit sebagai

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = -\frac{\mu}{\ell^2} \frac{1}{u^2} F(u)$$

di mana μ ialah jisim terkurang, ℓ ialah momentum sudut dan $F(u)$ ialah daya.

(40/100)

- (b) Tuliskan persamaan Lagrange bagi satu zarah dalam dimensi tiga dengan koordinat segi empat tepat. Dengan itu tunjukkan persamaan Lagrange itu adalah setara dengan persamaan Newton bagi suatu sistem daya abadi, iaitu tunjukkan bahawa

$$F_i = \dot{p}_i$$

di mana F_i dan p_i masing-masing adalah komponen daya dan momentum sepanjang paksi berkenaan.

(25/100)

- (c) (i) Tuliskan Lagrangean untuk suatu bandul mudah.
 (ii) Dapatkan persamaan yang memperihalkan gerakannya.

(35/100)