UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1995/96

Mac/April 1996

ZCT 211 - Analisis Vektor

Masa : [2 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua EMPAT soalan. Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. Katakan $\phi(x,y,z) = 2xz + e^y z^2$

   (a) Cari kadar perubahan ϕ mengikut arah $2\underset{\sim}{i} + 3\underset{\sim}{j} - \underset{\sim}{k}$ pada (2,1,1).

   (15/100)

   (b) Cari arah yang mana ϕ mempunyai kadar perubahan maksimum pada (2,1,1) dan magnitud kadar perubahan ini.

   (10/100)

   (c) Pertimbangkan satu permukaan $2xz + e^y z^2 = 4 + e$. Cari vektor normal dan satah tangen dengan permukaan ini pada (2,1,1).

   (25/100)

   (d) Cari garis normal dengan permukaan $2xz + e^y z^2 = 4 + e$ pada (2,1,1).

   (25/100)

   (e) Cari $(\underset{\sim}{f}.\nabla)\phi$ dan $(\underset{\sim}{f}.\nabla)\underset{\sim}{g}$ pada (1,1,1) jika $\underset{\sim}{f} = -y\underset{\sim}{i} + x\underset{\sim}{j} + 2\underset{\sim}{k}$, $\underset{\sim}{g} = 3xyz^2\,\underset{\sim}{i} + 2xy^3\,\underset{\sim}{j} - x^2yz\underset{\sim}{k}$ dan $\phi = xyz$.

   (25/100)

2. (a) Cari vektor normal berunit $\underset{\sim}{n}$ bagi suatu permukaan S yang diwakili oleh $x = x$, $y = y$, $z = z(x,y)$ di sini x dan y adalah parameter.

   (25/100)

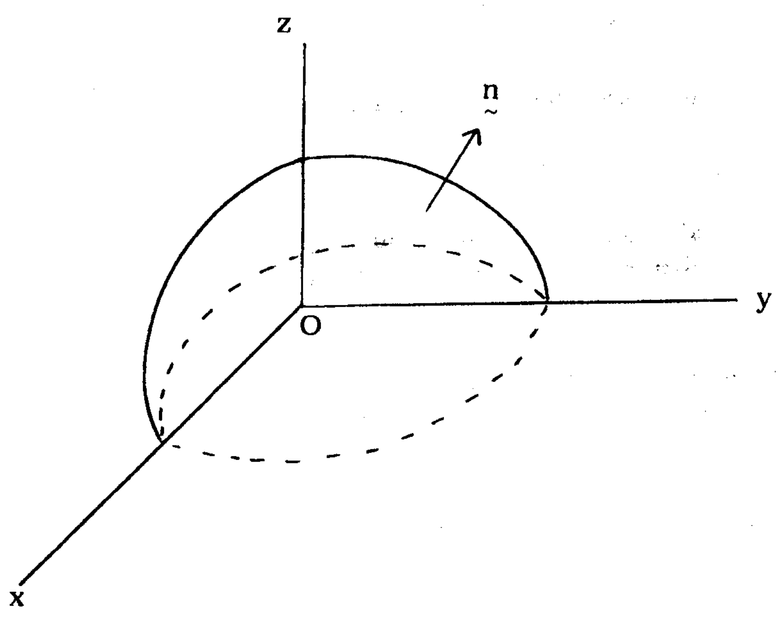
...2/-

(b) Jika suatu permukaan S diwakili oleh z = z(x,y) tunjukkan bahawa fluks $\underset{\sim}{f}$ melalui S ialah

$$\iint_S \underset{\sim}{f} \cdot d\underset{\sim}{S} = \iint_S \underset{\sim}{f} \cdot \underset{\sim}{n}\, dS = \iint_{R_{xy}} \underset{\sim}{f} \cdot \frac{\underset{\sim}{n}}{\underset{\sim}{n} \cdot \underset{\sim}{k}}\, dx\, dy$$

(20/100)

(c) Jika $\underset{\sim}{f} = x\underset{\sim}{i} + y\underset{\sim}{j} + 2z\underset{\sim}{k}$, gunakan soalan 2(b) untuk menilaikan $\iint_S \underset{\sim}{f} \cdot d\underset{\sim}{S}$, di sini S ialah bahagian permukaan paraboloid $x^2 + y^2 = 1 - z$ yang baginya $z > 0$.



(40/100)

(d) Jika $\underset{\sim}{F} = (yz\,e^{xyz} - 4x)\underset{\sim}{i} + (xz\,e^{xyz} + z)\underset{\sim}{j} + (xy\,e^{xyz} + y)\underset{\sim}{k}$. Nilaikan $\nabla \times \underset{\sim}{F}$. Terangkan keputusan anda.

(15/100)

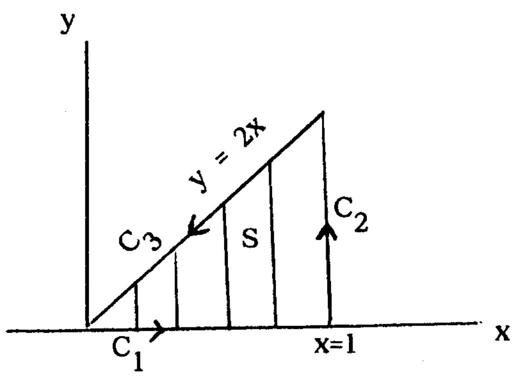
...3/-

3. (a) Buktikan teorem Green di dalam satah, iaitu jika P dan Q, $\frac{\partial P}{\partial y}, \frac{\partial Q}{\partial x}$ adalah fungsi selanjar di dalam suatu rantau S di dalam satah x-y yang dibatasi oleh suatu lengkung tertutup C, maka

$$\oint_C P dx + Q dy = \iint_S \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx\, dy$$

(40/100

(b) Sahkan teorem Green di dalam satah, iaitu persamaan di atas (di dalam soalan 3(a)) bagi kes $P(x,y) = xy^3$, $Q(x,y) = x^2 - y^2$ dan S ialah permukaan seperti yang ditunjukkan di dalam rajah di bawah.



(60/100)

4. (a) Dengan menggunakan teorem Stoke tunjukkan bahawa bagi sebarang permukaan tertutup S

$$\oiint_S \nabla \times \underset{\sim}{f} . d\underset{\sim}{s} = 0$$

(20/100)

(b) Jika C ialah suatu lengkung tertutup, tunjukkan bahawa

$$\oint_C \nabla\phi . d\underset{\sim}{r} = 0$$

(10/100)

...4/-

(c) Jika $\underset{\sim}{f} = 4y\underset{\sim}{i} + x\underset{\sim}{j} + 2z\underset{\sim}{k}$, nilaikan $I = \oiint_S \nabla \times \underset{\sim}{f} \cdot dS$ di atas hemisfera $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $z \geq 0$.

(30/100)

(d) Nyatakan teorem Green pertama dan buktikannya.

(40/100)

- ooo0ooo -