UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1996/97

April 1997

ZCT 211/2 - Analisis Vektor

Masa: [2 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua EMPAT soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Buktikan identiti $\underset{\sim}{A} \bullet \underset{\sim}{B} \times \underset{\sim}{C} = \underset{\sim}{A} \times \underset{\sim}{B} \bullet \underset{\sim}{C}$ dengan menggunakan komponen.

(20/100)

(b) Jika $\underset{\sim}{A}, \underset{\sim}{B}, \underset{\sim}{C}$ dan $\underset{\sim}{D}$ sesatah, tunjukkan bahawa $(\underset{\sim}{A} \times \underset{\sim}{B}) \times (\underset{\sim}{C} \times \underset{\sim}{D}) = 0$. Adakah sebaliknya benar?

(30/100)

(c) $\underset{\sim}{A}, \underset{\sim}{B}$ dan $\underset{\sim}{C}$ adalah vektor tak bersandar linear. Tentukan vektor $\underset{\sim}{A} \times \underset{\sim}{B}$, $\underset{\sim}{B} \times \underset{\sim}{C}$ dan $\underset{\sim}{C} \times \underset{\sim}{A}$ juga tak bersandar linear.

(30/100)

(d) Tunjukkan bahawa pecutan $\underset{\sim}{a}$ bagi zarah yang bergerak sepanjang lengkung ruang dengan halaju $\underset{\sim}{v}$ diberi dengan

$$\underset{\sim}{a} = \frac{d\underset{\sim}{v}}{dt}\hat{T} + \frac{v^2}{\rho}\hat{N}$$

disini $\hat{T}$ ialah vektor unit tangen, $\hat{N}$ ialah vektor unit normal dan ρ ialah jejari kelengkungan.

(20/100)

2. (a) Buktikan $\underset{\sim}{F} = (y^2 \cos x + z^3)\underset{\sim}{i} + (2y \sin x - 4)\underset{\sim}{j} + (3xz^2 + 2)\underset{\sim}{k}$ mentakrifkan suatu daya abadi dan hitungkan potensial skalar bersepadan. Kemudian hitungkan kerja yang dilakukan oleh daya apabila suatu zarah bergerak dari titik P(0,1,-1) ke titik Q(½π,-1,2).

(30/100)

...2/-

(b) Hitungkan $\int_s \Omega \, ds$ disini $\Omega = \left(\frac{b^2x^2}{a^2} + \frac{a^2y^2}{b^2} \right)^{\frac{1}{2}}$ dan s ialah permukaan melengkung bagi silinder elips $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, |z| \leq c$.

(40/100)

(c) Buktikan (i) $\nabla \bullet (\underset{\sim}{a} \times \underset{\sim}{r}) = 0$

(ii) $\nabla \times (\underset{\sim}{a} \times \underset{\sim}{r}) = 2\underset{\sim}{a}$

(iii) $(\underset{\sim}{f} \bullet \nabla)\underset{\sim}{r} = \underset{\sim}{f}$

disini $\underset{\sim}{a}$ adalah vektor pemalar dan $\underset{\sim}{r}$ adalah vektor kedudukan.

(30/100)

3. (a) Nyatakan teorem kecapahan dan teorem Stokes. (10/100)

(b) Buktikan dengan menggunakan teorem Stokes bahawa

(i) $\nabla \times (\nabla \phi) = 0$

(ii) $\iint_s d\underset{\sim}{s} \times \underset{\sim}{r} = \frac{1}{2} \oint_c r^2 \, d\underset{\sim}{r}$

(30/100)

(c) Buktikan teorem Stokes bagi $\underset{\sim}{F} = xz\,\underset{\sim}{i} - y\,\underset{\sim}{j} + x^2 y\,\underset{\sim}{k}$ disini S ialah permukaan kawasan yang disempadani oleh x = 0, y = 0, z = 0, 2x + y +2z = 8 tetapi tidak termasuk satah xz.

(60/100)

4. (a) Jika $\underset{\sim}{f} = \psi\,\underset{\sim}{i} + \phi\,\underset{\sim}{j}$, $dS = dxdy$, $\underset{\sim}{g} = \underset{\sim}{f} \times \underset{\sim}{k}$ dan $\hat{n}$ ialah vektor normal unit pada lengkung C, buktikan teorem Green memberi

$$\oint_c \underset{\sim}{g} \cdot \hat{n} \, ds = \iint_R \nabla \cdot \underset{\sim}{g} \, dS$$

disini ds ialah panjang lengkung.

(50/100)

...3/-

(b) Bagi koordinat sfera,

$x = r\sin\theta\cos\phi,\ y = r\sin\theta\sin\phi,\ z = r\cos\theta.$

(i) Dapatkan $\dfrac{\partial \tilde{r}}{\partial r}, \dfrac{\partial \tilde{r}}{\partial \theta}, \dfrac{\partial \tilde{r}}{\partial \phi}$

(ii) Dapatkan ∇r, $\nabla\theta$, $\nabla\phi$

(iii) Tunjukkan ∇r dan $\dfrac{\partial \tilde{r}}{\partial r}$ membentuk vektor salingan.

(50/100)

- oooOooo -