

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1995/96

Oktober/November 1995

ZCT 210 - Analisis Kompleks dan Persamaan Pembezaan

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TIGA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua **ENAM** soalan. Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1.(a) Selesaikan persamaan berikut:

$$y \, dx + (3x - xy + 2)dy = 0$$

(60/100)

(b) Katakan bahawa kadar reputan nuclei radioaktif adalah berkadaran dengan bilangan nuclei yang ada dalam satu contoh (sampel). Dalam satu contoh yang diberi, 10% daripada bilangan asal nuclei radioaktif telah reput dalam masa 200 tahun.

[i] Apakah peratus nuclei radioaktif yang tertinggal daripada bilangan asal setelah 1000 tahun berlalu?

[ii] Dalam masa berapa tahunkah $\frac{1}{4}$ bilangan asal yang tinggal?

(40/100)

2.(a) Carikan penyelesaian am bagi persamaan pembezaan berikut:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 9y = \frac{e^{-3x}}{x^3}$$

(40/100)

(b) Selesaikan masalah nilai awal berikut dengan anggapan $x > 0$;

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x \frac{dy}{dx} - 6y = 10x^2$$

$$y(1) = 1$$

$$y'(1) = -6$$

(60/100)

....2

3. Carikan penyelesaian siri kuasa dalam kuasa $(x-1)$ bagi persamaan pembezaan berikut:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0 \quad (100/100)$$

- 4.(a) Carikan satu nilai bagi $\arg z$ apabila

$$z = \frac{-2}{1 + \sqrt{3}i} \quad (30/100)$$

- (b) Tentukan di mana $f(z)$ wujud dan carikan nilainya jika

[i] $f(z) = \frac{1}{z}$

[ii] $f(z) = x^2 + iy^2$

[iii] $f(z) = z \operatorname{Im} z$

(70/100)

- 5.(a) C ialah lengkung dari $z = -1 - i$ ke $z = 1 + i$ melalui kurva $y = x^3$ dan

$$f(z) = \begin{cases} 4y & \text{apabila } y > 0 \\ 1 & \text{apabila } y < 0 \end{cases}$$

Carikan nilai $\int_C f(z) dz$ (50/100)

- (b) Katakan C ialah bulatan berjejari 2, berpusat di asalan O dan berorientasi positif. Tentukan

[i] $\int_C \frac{\sin \pi z}{z-1} dz$

[ii] $\int_C \frac{e^z}{z^3} dz$

[iii] $\int_C \cos z dz$

(50/100)

6.(a) Tentukan $\int_{\Gamma} \frac{z}{(z+2)(z-1)} dx$ di mana Γ adalah bulatan $|z| = 4$ dilintasi 2 kali arah jam. (50/100)

(b) Kirakan $\int_C \frac{\cot z}{z^2} dz$, di mana C ialah bulatan positif unit (jejari = 1) dengan mencarikan sebutan-sebutan bagi siri Laurent. (50/100)

- oooOooo -