

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1996/97

Oktober/November 1996

ZCT 210/4 - Analisis Kompleks dan Persamaan Pembezaan

Masa: [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua LIMA soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. Selesaikan persamaan-persamaan pembezaan tertib pertama yang berikut:

(a) $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = -4xy^{-2}$ (50/100)

(b) $[2 \cos(2x + y) - x^2]dx + [\cos(2x + y) + e^y]dy = 0, y(1) = 0$
(50/100)

2. (a) Cari penyelesaian am bagi persamaan pembezaan

$$2y''(x) - 9y'(x) + 9y(x) = e^{5x} + e^{3x}$$

dengan menggunakan kaedah pekali yang tak ditentukan.
(50/100)

- (b) Selesaikan

$$y''(x) - 8y'(x) - 33y(x) = \sin 6x$$

dengan menggunakan kaedah ubahan parameter.
(50/100)

3. (a) Cari sekurang-kurangnya 4 sebutan bukan sifar dalam bentuk siri kuasa pada titik $x = 0$ bagi masalah nilai awal yang berikut:

$$y''(x) + 3xy'(x) - y(x) = 0 ; y(0) = 2 , y'(0) = 0 \quad (50/100)$$

- (b) Satu pemberat berjisim 1 kg meregang suatu spring sebanyak 10 cm dalam keadaan keseimbangan. Pemalar lembapan sistem spring ini ialah 0.2 N s/m. Pemberat ditarik ke bawah dari kedudukan keseimbangan dengan halaju 1 m/s.

- (i) Hitungkan sesaran maksima pemberat tersebut dari keadaan keseimbangan.
- (ii) Bilakah pemberat akan mencapai ke kedudukan maksima ini di paras bawah kedudukan keseimbangan?

(Gunakan pecutan graviti $g = 10 \text{ m/s}^2$).

(50/100)

4. (a) Diberi: $z_1 = -2 - i2\sqrt{3}$ dan $z_2 = 1+i$
Cari dan tulis jawapan dalam bentuk $a+ib$ bagi mana-mana yang berkenaan:

(i) $\arg z_2$, $\text{Arg } z_1$, $\arg(z_1/z_2)$

(ii) $z_1^{3/4}$; $(z_1)^{z_2}$

(iii) $\text{Ln}(z_1)^{z_1}$ dan $\sin(z_1/z_2)$.

(60/100)

- (b) Hitungkan $\int_{\gamma} i y dz$; γ adalah kontur dari titik-titik berikut: (0,0) ke (0,i) dan ke (2,i).

(40/100)

5. (a) (i) Hitung $\int_{\gamma} \frac{dz}{z^2 + 2z - 3}$; $\gamma: |z-1|=2$

dengan menggunakan teorem kamiran Cauchy.

(ii) Hitung $\int_{\gamma} \frac{e^z}{z(1-z)^3} dz$; $\gamma: |z| = \frac{1}{2}$

dengan menggunakan teorem reja.

(50/100)

(b) Dapatkan siri Laurent bagi:

$$\frac{1}{z^3(z^2 + 1)} \quad ; \quad 0 < |z| < 1$$

Daripada siri yang diperolehi, tentukan rejanya.

(50/100)

- oooOooo -