

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1997/98

Februari 1998

ZCT 304/3 - Keelektrikan dan Kemagnetan II

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua LIMA soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

Panduan Kamiran

$$\int \frac{x^2}{(x^2 + a^2)^{3/2}} dx = -\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} + \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})$$

$$\int \frac{x^3}{(x^2 + a^2)^{3/2}} dx = (x^2 + a^2)^{1/2} + \frac{a^2}{(x^2 + a^2)^{1/2}}$$

Sistem Koordinat Cartes

$$\vec{\nabla}u = \hat{x} \frac{\partial u}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial u}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \hat{x} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \hat{y} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \hat{z} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)$$

$$d\tau = dx dy dz \quad da_x = \pm dy dz \quad da_y = \pm dx dz \quad da_z = \pm dx dy$$

...2/-

Sistem Koordinat Silindran

$$\vec{\nabla}u = \hat{\rho} \frac{\partial u}{\partial \rho} + \hat{\phi} \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \hat{z} \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \hat{\rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) + \hat{\phi} \left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right) + \hat{z} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\rho) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi} \right]$$

$$d\tau = \rho d\rho d\phi dz \quad da_\rho = \pm \rho d\phi dz \quad da_\phi = \pm \rho dz \quad da_z = \pm \rho d\rho d\phi$$

$$\hat{\rho} = \cos \phi \hat{x} + \sin \phi \hat{y} \quad \hat{\phi} = -\sin \phi \hat{x} + \cos \phi \hat{y}$$

Sistem Koordinat Sferaan

$$\vec{\nabla}u = \hat{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \hat{\phi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \phi}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \frac{\hat{r}}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\phi) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right] + \frac{\hat{\theta}}{r} \left[\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \right] + \frac{\hat{\phi}}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right]$$

$$d\tau = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi \quad da_r = \pm r^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad da_\theta = \pm r \sin \theta dr d\phi$$

$$da_\phi = \pm r dr d\theta \quad \hat{r} = \sin \theta \cos \phi \hat{x} + \sin \theta \sin \phi \hat{y} + \cos \theta \hat{z}$$

$$\hat{\theta} = \cos \theta \cos \phi \hat{x} + \cos \theta \sin \phi \hat{y} - \sin \theta \hat{z} \quad \hat{\phi} = -\sin \phi \hat{x} + \cos \phi \hat{y}$$

1. Tiga cas titik berada pada paksi z. Setiap cas titik itu mempunyai nilai $5 \times 10^{-6} \text{C}$, dan terletak pada kedudukan $z = -5$, $z = 0$ dan $z = +12 \text{ m}$.
- (a) Dapatkan suatu persamaan (ungkapan) bagi medan elektrik pada titik medan umum yang mempunyai koordinat segi x, y, z .
(20/100)
- (b) Dapatkan nilai medan elektrik pada titik yang tertentu iaitu $(x, y, z) = (1, 2, 3)$.
15/100)
- (c) Dapatkan daya yang bertindak ke atas cas $-15 \times 10^{-6} \text{C}$ pada lokasi $(x, y, z) = (1, 2, 3)$
(15/100)
- (d) Pertimbangkan cas garisan sepanjang paksi z dari $z = a$ ke $z = b$ (di mana $a < b$). Cas garisan ialah $\rho_\ell \text{ C/m}$ bagi $a < z < b$ dan sifar pada tempat lain disepanjang paksi z . Dapatkan ungkapan bagi keupayaan elektrik $V(\vec{r})$ pada titik medan yang mempunyai koordinat umum ρ, ϕ dan z , dan dapatkan medan elektrik.
(50/100)

2. Suatu silinder yang panjang dan takterhingga berukuran radius 3m, berketumpatan cas yang diberikan oleh

$$\rho_v(\vec{r}) = 10^{-10} \exp(-\rho)$$

Dengan menggunakan Hukum Gauss,

- (a) Dapatkan medan elektrik pada titik medan berkoordinat silinderaan (ρ, ϕ, z) , di mana ρ kurang dari radius silinder tersebut.
(50/100)
- (b) Dapatkan medan elektrik pada titik medan berkoordinat silinder (ρ, ϕ, z) di mana ρ lebih besar dari radius silinder tersebut.
(50/100)

...4/-

3. Pertimbangkan suatu cakera bercas sekata yang wujud pada satah xy (mempunyai $\rho_s \text{ C/m}^2$) beradius a meter. Pusat cakera itu berada pada asalan koordinat sistem.
- (a) Dapatkan keupayaan absolut sebagai fungsi jarak sepanjang paksi z positif.
(35/100)
- (b) Dapatkan beza keupayaan diantara mana-mana dua titik (b dan c) pada paksi z positif.
(35/100)
- (c) Ulangkan bahagian a dan b diatas apabila ukuran jejari a cakera menghampiri infiniti.
(30/100)
4. Pertimbangkan suatu petala sferan lompong dari $r = 0.01$ ke $r = 0.02$. Disekitar petala ini, ketumpatan arus \bar{J} ditakrifkan sebagai $\bar{J} = \hat{\phi} A / \text{m}^2$ bagi $\frac{3\pi}{8} < \theta < \frac{5\pi}{8}$ dan $\bar{J} = 0$ selainnya. Perhitungkan medan magnetik pada pusat petala sfera.
(100/100)
5. (a) Dua konduktor berbentuk silinder konsentrik berpermukaan ρ_1 dan ρ_2 di mana $\rho_1 < \rho_2$. Anggapkan yang kawasan antara dua konduktor tersebut diisi oleh dielektrik yang berkonstan ϵ_r . Tunjukkan yang kapasitans setiap unit ukuran panjang bagi pasangan konduktor tersebut diberi oleh $C = \frac{2\pi \epsilon}{\ln(\rho_2 / \rho_1)}$.
(50/100)
- (b) Suatu kabel sepaksi berdielektrik ϵ_r bernilai 4. Konduktor dalam mempunyai radius 1.0 mm, dan ukuran radius bagi konduktor luar ialah 5.0 mm. Perhitungkan arus sesaran diantara dua konduktor per meter panjang kabel jika voltan yang dikenakan $V = 100 \text{ Cos}(12\pi \times 10^6 t) \text{ V}$.
(50/100)