

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2002/2003

April 2003

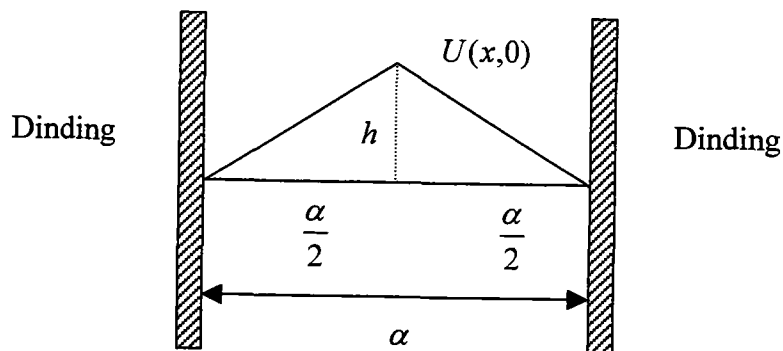
ZCT 218/3 : Kaedah Matematik

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **ENAM** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua LIMA soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

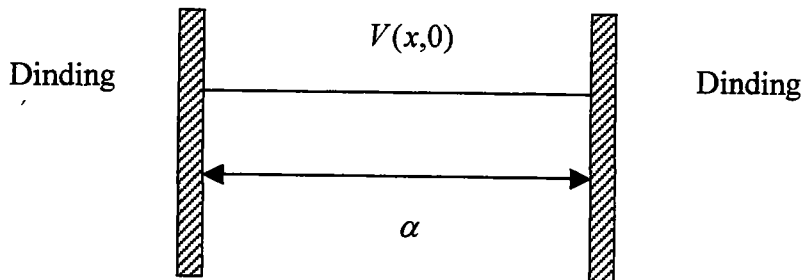
1. Satu tali yang tidak kenyal diregangkan, dan hujung-hujungnya diikat dengan ketat pada dinding. Panjang tali ini ialah α dan ketumpatan jisim per unit panjangnya ialah σ . Pada masa $t = 0$, keadaan tali dengan ketegangan T adalah seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 1.



Rajah 1

...2/-

Halaju tali melintang pada tali bila $t = 0$, iaitu $V(x,0) = \left. \frac{dU(x,t)}{dt} \right|_{t=0}$ adalah seperti yang ditunjukkan pada Rajah 2.



Rajah 2

- (a) Tuliskan persamaan gelombang bagi sesaran melintang sistem tali yang bergetar, $U(x,t)$. (10/100)
 - (b) Dengan kaedah pembolehubah terpisahkan, terbitkan penyelesaian am bagi persamaan gelombang dalam (a). (30/100)
 - (c) Nyatakan syarat-syarat sempadan dan syarat-syarat awal bagi sistem tali yang dihuraikan di atas. (15/100)
 - (d) Dengan jawapan-jawapan dalam (b) dan (c), cari penyelesaian khusus bagi $U(x,t)$. (45/100)
2. (a) Cari transformasi Fourier untuk denyutan segitiga:

$$f(t) = \begin{cases} 1; & |t| < \alpha \\ 0; & |t| > \alpha \end{cases}$$

(65/100)

- (b) Takrifan kamiran tetap bagi fungsi Gamma, $\Gamma(z)$, diberikan sebagai:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} x^{z-1} e^{-x} dx, \quad \text{Re}(z) > 0$$

...3/-

Dengan menggunakan takrifan ini, nilaikan kamiran berikut:

$$I = - \int_0^1 x^\beta \ln(x) dx ; \quad \beta \text{ adalah pemalar}$$

(35/100)

3. (a) Cari songsangan transformasi Laplace bagi:

$$F(s) = \frac{s^2}{(s^2 + a^2)(s^2 + b^2)}$$

(25/100)

- (b) Cari transformasi Laplace bagi:

$$f(t) = \frac{1}{a-b} [ae^{-at} - be^{-bt}]$$

(15/100)

Nota: Permudahkan jawapan akhir anda.

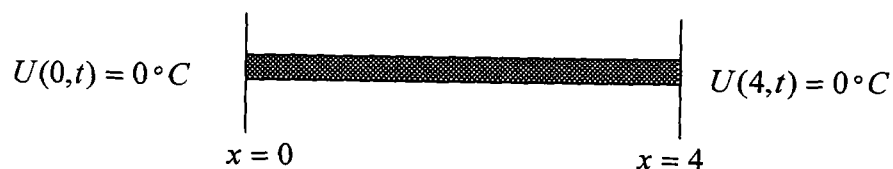
- (c) Dengan menggunakan teknik transformasi Laplace, selesaikan persamaan pembezaan yang berikut:

$$y'' + 16y = 1 + t$$

$$y(0) = 2; \quad y'(0) = 1$$

(60/100)

4. Satu bar logam yang panjangnya 4 meter adalah seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 3.



Rajah 3

Hujung-hujung logam ditetapkan pada 0°C seperti yang ditunjukkan, dan permukaan luar di sepanjang bar logam dibalut dengan penebat haba supaya tiada haba hilang melalui permukaan ini. Bahan logam dicirikan oleh:

Pengkonduksian haba, $\Omega = 2\text{J.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$

Haba tentu, $C = 1\text{J.kg}^{-1}.\text{(}^\circ\text{C)}^{-1}$

Ketumpatan, $\rho = 1\text{kg.m}^{-3}$

Nota: $\alpha^2 = \eta = \frac{\Omega}{C\rho}$

Jika suhu pada bar logam bersandar terhadap panjang x dan masa t sahaja,

(a) Tulis persamaan haba bagi bar logam ini. (10/100)

(b) Dengan menggunakan kaedah pembolehubah terpisahkan, cari penyelesaian am bagi persamaan haba dalam (a). (35/100)

(c) Diberi suhu awal bar logam tersebut adalah:

$$u(x,0) = 5\sin(4\pi x) - 3\sin(8\pi x) + 2\sin(10\pi x)$$

Dengan syarat-syarat sempadan yang diberikan dan syarat awal ini, cari penyelesaian khusus bagi suhu di sepanjang bar logam itu.

(55/100)

5. (a) Pertimbangkan fungsi berikut:

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 2 \\ 2-x, & 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

(i) Lakarkan fungsi ini dalam julat yang diberikan. (10/100)

(ii) Wakilkan fungsi $f(x)$ ini dengan siri Fourier kosinus (50/100)

...5/-

(b) Wakilkan fungsi:

$$f(x) = e^x, \quad -\pi < x < \pi$$

dalam julat yang diberikan dengan siri Fourier bentuk kompleks.

(40/100)

Lampiran

Jadual Transformasi Laplace

$f(t)$	$L\{f(t)\} = F(s)$
c	$\frac{c}{s}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
te^{at}	$\frac{1}{(s-a)^2}$
$\sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$
$\cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$