

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1998/99

Februari 1999

ZCT 207/2 - Mekanik Statistik

Masa : [2 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua LIMA soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Hubungan utama antara mekanik statistik dan termodinamik adalah diberi oleh persamaan

$$F = -kT \ln Z$$

di mana F adalah tenaga bebas Helmholtz dan Z adalah fungsi pemetakan.

Gunakan takrif bagi tenaga bebas Helmholtz

$$F = E - TS$$

dan hubungan termodinamik

$$TdS = dE + pdV$$

untuk membuktikan bahawa:

$$p = kT(\partial \ln Z / \partial V)_T$$

$$S = kT(\partial \ln Z / \partial T)_V + k \ln Z$$

$$E = kT^2(\partial \ln Z / \partial T)_V$$

(12/20)

- (b) Fungsi pemetakan bagi gas unggul monoatom adalah

$$Z = \frac{1}{N!} (2\pi mkT/h^2)^{3N/2} V^N$$

Dapatkan tekanan p dan tenaga E dari fungsi pemetakan ini.

(8/20)

...2/-

2. (a) Nilai eigen tenaga bagi suatu pengayun harmonik mudah adalah

$$\varepsilon_n = (n + \frac{1}{2})\hbar \omega$$

di mana ω ialah frekuensi (sudut) cirian pengayun dan nombor kuantum n boleh mempunyai nilai integer berkemungkinan $n = 0, 1, 2, \dots$

Dapatkan tenaga purata $\langle \varepsilon \rangle$ bagi pengayun ini.

(8/20)

- (b) Teori Einstein menganggapkan bahawa hablur mempunyai $3N$ pengayun sedemikian iaitu tenaganya adalah

$$E = 3N \langle \varepsilon \rangle$$

Dapatkan C_v (haba tentu) berdasarkan model Einstein ini.

Apakah nilai C_v bagi kes-kes had iaitu apabila suhu sangat tinggi dan suhu sangat rendah.

Lakarkan graf C_v bagi sistem ini.

(12/20)

3. Pertimbangkan satu sistem yang mengandungi N zarah yang tidak saling bertindak. Zarah-zarah ini mematuhi statistik Boltzmann atau klasik di mana zarah ini boleh dibezakan dan setiap satunya berada dalam salah satu daripada dua aras tenaga iaitu $+\varepsilon_0$ atau $-\varepsilon_0$. Gunakan tatatanda N_+ untuk zarah-zarah yang mempunyai tenaga $+\varepsilon_0$ dan N_- untuk zarah-zarah yang mempunyai tenaga $-\varepsilon_0$. Jadi, tenaga bagi sistem adalah

$$E = N_+ \varepsilon_0 + N_- (-\varepsilon_0)$$

- (a) Tuliskan ungkapan bagi $\Omega(E)$ iaitu jumlah bilangan cara di mana N_+ zarah dari jumlah N zarah berada dalam keadaan $+\varepsilon_0$.

(5/20)

- (b) Seterusnya dapatkan fungsi pemetakan Z bagi sistem ini dengan membuat penjumlahan meliputi paras (tenaga).

Bandingkan keputusan anda dengan

$$Z = q^N$$

Nyatakan nilai q .

(15/20)

...3/-

4. Pertimbangkan satu sistem yang mengandungi dua zarah yang tak saling bertindak. Setiap zarah boleh berada dalam sebarang satu dari tiga keadaan kuantum yang mempunyai tenaga $\epsilon_1 = 0$, $\epsilon_2 = 10a$ dan $\epsilon_3 = 13a$.

- (a) Apakah nilai tenaga yang berkemungkinan bagi sistem ini (dan nyatakan bilangan keadaan yang sepadan dengan setiap nilai tenaga tersebut) sekiranya zarah-zarah itu mematuhi

- (i) Statistik Boltzmann klasik
- (ii) Statistik Bose-Einstein
- (iii) Statistik Fermi-Dirac

(14/20)

- (b) Tuliskan ungkapan bagi fungsi pemetakan Z bagi setiap kes di atas. (6/20)

5. (a) Pertimbangkan satu zarah dalam kubus yang panjangnya L dan isipadu $V = L^3$. Paras tenaga kuantum diberi sebagai

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \quad n_x, n_y, n_z = 1, 2, \dots$$

Tunjukkan bahawa bagi sebarang gas unggul

$$\bar{p} = \frac{2}{3} \frac{\bar{E}}{V}$$

tanpa mengendahkan samada gas itu mematuhi statistik klasik, Fermi-Dirac atau Bose-Einstein.

(10/20)

- (b) Dapatkan hubungan antara tekanan \bar{p} dan jumlah min tenaga kinetik \bar{E} bagi gas foton. Bandingkan keputusan anda dengan bahagian (a).

(10/20)