

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1995/96

Mac/April 1996

ZCT 205 - Mekanik Kuantum

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua EMPAT soalan. Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. Suatu fungsi gelombang bagi gelombang yang berkaitan dengan zarah sepanjang paksi x diberi oleh persamaan

$$\Psi(x,t) = A \sin(kx - \omega t)$$

Di sini $\Psi(x,t)$ ialah sesaran, $k = 2\pi/\lambda$ ialah pemalar perambatan dan $\omega (= 2\pi\nu)$ ialah frekuensi sudut.

- (a) Dapatkan halaju perambatan, iaitu halaju fasa v_f bagi gelombang tersebut. (5/100)
- (b) Kemudian dapatkan halaju zarah dan adakah halaju zarah itu sama dengan halaju fasa gelombang? (5/100)
- (c) Apakah kerumitan yang kita hadapi dengan persamaan di atas jika kita membincang gerakan zarah dengan memperihalkannya sebagai gelombang di atas? Adakah persamaan di atas dapat mewakili suatu zarah? Beri sebab-sebabnya. (15/100)
- (d) Terangkan bagaimana kita dapat mewakili suatu zarah dengan fungsi gelombang supaya halaju zarah itu sama dengan halaju kumpulan.

Terbitkan formula-formula dan buktikan bahawa halaju kumpulan gelombang itu sama dengan halaju zarah. Beri gambarajah-gambarajah di mana-mana bersesuaian untuk mengilustrasikan keputusan anda.

(60/100)

...2/-

- (e) Bagaimanakah Max Born telah mentakrifkan fungsi gelombang, iaitu memberi maksud presis kepada sifat gelombang itu? (15/100)
2. (a) Apakah dua persamaan de Broglie atau postulat yang Schrödinger menggunakan di dalam teori mekanik kuantumnya? (5/100)
- (b) Schrödinger cuba mencipta satu teori mekanik kuantum yang akan sah di dalam rantau halaju tak-kerelatifan. Apakah ungkapan tenaga penuh bagi satu zarah di dalam had tak-kerelatifan yang bergerak di dalam suatu medan daya yang digunakan oleh beliau? (5/100)
- (c) Tunjukkan bahawa ungkapan bagi tenaga penuh bagi satu zarah di dalam had tak-kerelatifan seperti yang diandaikan oleh Schrödinger di dalam soalan 2(b) memberi halaju kumpulan v_g bagi fungsi gelombang untuk satu zarah bebas sama dengan halaju zarah tersebut. (10/100)
- (d) Nyatakan tiga keperluan yang harus dipuaskan oleh persamaan Schrödinger. (15/100)
- (e) Dengan menggunakan kuantiti-kuantiti di dalam soalan 2(a), 2(b) dan keperluan di dalam 2(d) terbitkan persamaan gelombang Schrödinger

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} + V(x, t) \Psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}(x, t)$$

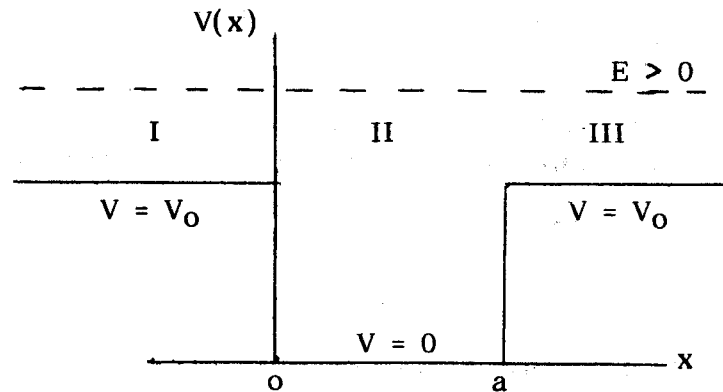
di sini Ψ ialah fungsi gelombang zarah, $V(x, t)$ ialah tenaga keupayaan, m ialah jisim rehat zarah, $K = 2\pi k$, $\omega = 2\pi\nu$, $k = 1/\lambda$.

Kiasan: Mula dengan fungsi gelombang bagi zarah bebas $\Psi_f = \sin(Kx - \omega t)$.

(65/100)

3. Pertimbangkan satu keupayaan perigi yang bersegiempat sama (square wall potential) yang mempunyai kedalaman V_0 dan kelebaran a seperti yang ditunjukkan di rajah di bawah.

...3/-



- (a) Selesaikan persamaan Schrödinger untuk mendapatkan penyelesaian bagi ketiga-tiga rantau berkenaan, iaitu I, II dan III dan dapatkan pekali-pekali yang memasuki penyelesaian-penyelesaian itu apabila satu bim zarah yang mempunyai tenaga penuh $E > V_0$ menghadapi keupayaan tersebut dari kiri ke kanan, iaitu dari $-\infty$ ke 0.

(75/100)

- (b) Jika satu bim elektron yang bertenaga 5.0 eV menuju pada suatu keupayaan perigi yang mempunyai kedalaman 15.0 eV dan kelebaran 0.20 nm, berapakah pecahan elektron dari bim itu akan dihantarkan jika pekali penghantaran diberi oleh

$$T = \left[1 + \frac{V_0^2 \sin^2 ka}{4E(E - V_0)} \right]^{-1}$$

dan jisim elektron ialah $m = 0.511 \times 10^6 \text{ eV}/c^2$, $\hbar = 6.582 \times 10^{-16} \text{ eV}\cdot\text{s}$, halaju cahaya $c = 2.9979 \times 10^8 \text{ m/s}$ di sini k ialah nombor gelombang di rantau II, $0 < x < a$.

(25/100)

4. Mengikut mekanik klasik momentum sudut \vec{L} bagi suatu zarah diberi oleh

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

di sini \vec{p} ialah vektor momentum linear zarah dan \vec{r} ialah jarak zarah dari asalan.

...4/-

- (a) Dapatkan komponen-komponen vektor momentum sudut \vec{L} yaitu L_x , L_y , L_z . Beri semua langkah-langkah matematik. (10/100)
- (b) Dengan menggunakan transformasi ke mekanik kuantum yang bersesuaian bagi \vec{p} dan \vec{r} tentukan operator kuantum berkaitan dengan operator momentum sudut L_x , L_y dan L_z . Beri semua langkah-langkah matematik. (15/100)
- (c) Tunjukkan bahawa komponen-komponen operator momentum sudut yang didapati di dalam soalan 4(b) mengambil bentuk di dalam koordinat sfera, r , θ , ϕ sebagai

$$L_x = i\hbar \left(\sin\phi \frac{\partial}{\partial\theta} + \cot\theta \cos\phi \frac{\partial}{\partial\phi} \right)$$

$$L_y = i\hbar \left(-\cos\phi \frac{\partial}{\partial\theta} + \cot\theta \sin\phi \frac{\partial}{\partial\phi} \right)$$

$$L_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial\phi}$$

(75/100)

- ooo0ooo -