

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1996/97

April 1997

ZCT 205/3 - Mekanik Kuantum

Masa: [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua EMPAT soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Nyatakan persamaan Schroedinger tak bersandaran masa bagi suatu zarah yang mempunyai jisim m dan bergerak di dalam satah xy di mana tenaga keupayaan ialah $V(x,y)$. Apakah kebarangkalian untuk mencari zarah itu di dalam suatu luas Δs yang kecil berpusat pada titik (x,y) apabila fungsi gelombangnya ialah $\psi(x,y)$?

(20/100)

- (b) Suatu zarah yang berjisim m bergerak sepanjang suatu garisan dan mempunyai fungsi gelombang $\psi = C \exp(-\alpha^2 x^2/2)$. Hitungkan C dalam sebutan α dan dapatkan suatu ungkapan bagi tenaga keupayaan pada jarak x dari asalan jika tenaga penuh zarah tersebut ialah $\frac{h^2 \alpha^2}{8\pi^2 m}$. Tuliskan suatu ungkapan kamiran bagi kebarangkalian mencari zarah itu diantara titik $x = 2$ dan $x = 3$.

(80/100)

Anda boleh andaikan bahawa

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-y^2) dy = \sqrt{\pi}$$

2. (a) Hitungkan nilai-nilai berkemungkinan bagi tenaga suatu zarah yang berjisim m terletak di dalam suatu sawar keupayaan yang dalam (deep) secara tak terhingga yang berdimensi satu, jika kelebaran keupayaan itu ialah a dan $V = 0$ bagi $0 \leq x \leq a$ dan $V = \infty$ ditempat lain.

Lukiskan secara kasar fungsi gelombang bagi $n = 1, 2$.

(70/100)

...2/-

- (b) Suatu elektron ditempatkan di dalam suatu lapisan yang nipis dalam suatu semikonduktor. Jika lapisan itu dapat diperihalkan sebagai suatu sawar yang dalam yang berdimensi satu, hitungkan ketebalan/kelebaran sawar itu jika perbezaan tenaga diantara paras tenaga pertama dan kedua ialah 0.05 eV.

Perhatikan $hc = 12.4 \text{ KeV} \cdot \text{\AA}$
 Jisim elektron $mc^2 = 511.0 \text{ KeV}$.

(30/100)

3. (a) (i) Adakah fungsi gelombang $\Psi(x,t)$ yang memperihalkan gerakan suatu zarah mempunyai sebarang maksud. Terangkan mengapa dengan memberi contoh bagi $\Psi(x,t)$.
 (5/100)
- (ii) Tunjukkan bagaimana kita dapat mentakrifkan kebarangkalian untuk mencari suatu zarah dalam julat x dan $x + dx$. Buktikan bahawa takrif itu akan menghasilkan suatu nilai hakiki.
 (10/100)
- (b) (i) Jika A dan B adalah dua operator dalam mekanik kuantum, beri takrif bagi komutator dua operator itu.
 (3/100)
- (ii) Bilakah kita dapat berkata bahawa dua operator ini berkomut atau antiberkomut.
 (7/100)
- (iii) Adakah operator x bagi kedudukan zarah dan operator p_x bagi komponen-x dari momentum p berkomut atau tidak. Buktikan ini.
 (10/100)
- (iv) Jika dua operator A dan B antiberkomut ataupun berkomut beri tafsiran/maksud fizik bagi hal ini. Beri contoh dua operator yang berkomut dan buktikannya.
 (10/100)
- (c) Momentum sudut \underline{L} dalam mekanik kuantum klasik ditakrif sebagai $\underline{L} = \underline{r} \times \underline{p}$ di mana \underline{r} ialah vektor kedudukan zarah merujuk kepada asalan 0 dan \underline{p} ialah momentum linear zarah tersebut.
- (i) Dapatkan komponen-komponen momentum sudut \underline{L} , iaitu L_x , L_y , dan L_z mengikut mekanik klasik.
 (5/100)

...3/-

- (ii) Ungkapkan komponen-komponen tersebut mengikut mekanik kuantum. (7/100)
- (iii) Tuliskan momentum sudut orbital \underline{L} sebagai operator vektor berdimensi tiga dalam mekanik kuantum. (3/100)

- (d) (i) Tunjukkan bahawa operator momentum sudut L_x , L_y , dan L_z mematuhi hubungan komutasi, misalnya, buktikan bahawa

$$[L_x, L_y] = i\hbar L_z$$

(30/100)

- (ii) Beri kesimpulan tentang keputusan operator-operator ini.

(10/100)

4. (a) (i) Jika $\Psi(x,t)$ memperihalkan fungsi gelombang suatu zarah pada kedudukan x dan masa t , terangkan mengapa fungsi gelombang ini dinormalkan dan beri syarat pernormalan.

(15/100)

- (ii) Jika fungsi gelombang suatu zarah ialah $\Psi(x,t)$ tidak dinormalkan tunjukkan bagaimana pernormalan fungsi ini dapat dijalankan, katakan bagi suatu zarah bebas.

(10/100)

- (b) (i) Terangkan apakah maksud fungsi eigen $\psi_n(x)$ dan nilai eigen E_n bagi persamaan gelombang Schroedinger.

(10/100)

- (ii) Buktikan bahawa set fungsi eigen bagi persamaan Schroedinger tak bersandaran masa untuk suatu keupayaan khas $V(x)$ mematuhi syarat keortogonalan

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_l^*(x) \psi_n(x) dx = 0 \text{ jika } l \neq n$$

Beri penjelasan yang lengkap.

(30/100)

- (iii) Tafsirkan erti fungsi eigen yang degenerat.

(5/100)

...4/-

- 4 -

- (c) Jika p_x ialah operator momentum linear dan x ialah operator koordinat, hitungkan nilai jangkaan bagi p_x dan x^2 dalam keadaan rendah pengayun harmonik yang diberi oleh

$$\psi_0 = (\alpha/\pi)^{1/4} e^{-\alpha x^2/2}$$

di mana α ialah suatu pemalar.

(30/100)

Diberi
$$\int_0^{\infty} x^m e^{-ax^n} dx = \frac{1}{na^{(m+1)/n}} \Gamma\left(\frac{m+1}{n}\right)$$

dan
$$\Gamma(n+1) = n\Gamma(n) = n!$$

$$\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}.$$

- oooOooo -