

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1998/99

Ogos/September 1998

ZCT 210/4 - Analisis Kompleks dan Persamaan Pembezaan

Masa: [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua SEPULUH soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Selesaikan

$$(x^2 - xy + y^2)dx - xy dy = 0$$

dan tuliskan $y = f(x)$.

- (b) Selesaikan

$$y(x+y)dx + (x+2y-1)dy = 0 \quad (10/100)$$

2. Suatu objek seberat 5N dilepaskan dari rehat diatas permukaan air tasik yang tenang. Objek tersebut jatuh ke dalam air sementara satu daya apungan bertindak ke atas objek dengan arah berlawanan. Jika daya apungan ialah 1 N, dan nilai rintangan dalam air adalah sama dengan $2v^2$, carikan persamaan halaju objek yang jatuh dalam fungsi masa. (10/100)

3. Selesaikan

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = \sec^2 2x$$

dengan kaedah ubahan parameter.

(10/100)

...2/-

4. Selesaikan masalah nilai awal berikut;

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + 4y = 2x \ln x$$

$$y(1) = 0$$

$$y'(1) = 0$$

(10/100)

5. Carikan penyelesaian siri kuasa dalam kuasa x yang menunjukkan dua penyelesaian yang tak bersandaran secara linear dan seterusnya menyelesaikan pekali-pekali bagi masalah nilai awal berikut;

$$(x^2 + 1) \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + 2xy = 0$$

$$y(0) = 2$$

$$y'(0) = 3$$

(10/100)

6. (a) Bagi nombor kompleks di bawah ini, carilah arg z dan tuliskan dalam bentuk kutub;

$$z = (1 - i)(-\sqrt{3} + i)$$

- (b) Carikan nilai utama bagi $i^{\cos 1}$.

(10/100)

7. Hitung $\int_C f(z) dz$ jika $f(z) = \frac{z+2}{z}$ melalui kontur, C berikut;

(a) semibulatan $z = 2e^{i\theta}$, $(0 \leq \theta \leq \pi)$

(b) semibulatan $z = 2e^{i\theta}$, $(\pi \leq \theta \leq 2\pi)$

(c) bulatan $z = 2e^{i\theta}$. $(0 \leq \theta \leq 2\pi)$

(10/100)

8. Hitungkan $\int_C \frac{z+i}{z^3 + 2z^2} dz$ di mana C ialah

...3/-

- (a) bulatan $|z| = 1$ arah lawanjam.
(b) bulatan $|z+2-i| = 2$ arah lawanjam.
(c) bulatan $|z - 2i| = 1$ arah lawanjam.

(10/100)

9. Nyatakan jenis kutub dan carikan reja bagi fungsi berikut dengan pengembangan siri Laurent;

$$f(z) = \frac{z+1}{z(z-4)^3} \quad \text{dalam } 0 < |z-4| < 4$$

(10/100)

10. Hitungkan kamiran berikut dengan menggunakan teorem reja;

$$\oint_{|z|=3} \frac{e^z}{z(z-2)^3} dz$$

(10/100)

- oooOooo -

