

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1996/1997

Oktober/November 1996

SEU312 - Matematik Untuk Ahli Ekonomi

Masa: [3 Jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TUJUH muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

ARAHAN:

- I. Jawab SEMUA soalan dari Bahagian A (60 markah) dan DUA (2) soalan dari Bahagian B (40 markah).
- II. Semua soalan mesti dijawab di dalam buku jawapan.
- III. Anda boleh menggunakan mesinkira saintifik tetapi tanpa pemrograman.

Bahagian A (60 markah)

Jawab SEMUA soalan dari Bahagian ini:

1. Dapatkan terbitan pertama bagi fungsi-fungsi berikut:

(a) $y = (x^2 + 8x + 16)(x^2 - 16)$,

(b) $n = \frac{3x^2 - 12}{x^2 - 2x - 8}$,

(c) $z = (e^{2x^3+5x})(3\ln x)^2$,

(d) Persamaan tersirat mengambil bentuk: $x^2y - x^2 + 10xy + 25y^2 = 0$. Dapatkan dy/dx .

(12 markah)

2. Nilai kan kamilan-kamilan berikut:

(a) $\int \frac{12x^2 + 10}{2x^3 + 5x} dx,$

(b) $\int 6x^2 e^{x^3-7} dx$

(c) $\int \frac{4x}{2x^2 + 11x - 21} dx,$

(d) $\int_{y=0}^4 \int_{x=0}^y (x^2 + y^2) dx dy.$

(12 markah)

3. (a) Carikan pembezaan separa untuk fungsi berikut: $x^2 + 3xy - 10y^2 - x - 5y = 0.$

(b) Fungsi utiliti Mulut Harimau Anak Jantan Mulut Singa berbentuk:

$U = x^2 - 12xy + 36y^2.$ Garis belanjawannya boleh diwakili oleh:

$M = x + 4y;$

di mana $U =$ utiliti, $x =$ ikan tenggiri, $y =$ ikan yu, $M =$ wang yang diberi oleh Mulut Singa kepada anaknya.

Diberikan y sebagai pembolehubah bersandar manakala x mewakili pembolehubah tak bersandar, $U = 36$ dan garis belanjawannya menyentuh keluk puas sama. Anda dikehendaki menghitung utiliti marginal terhadap x , utiliti maginal terhadap y dan kadar penggantian marginal x untuk y ($MRS_{x,y}$) serta kecerunan garis belanjawannya. Hitungkan juga nilai pendapatan, M .

(c) Fungsi hasil marginal Pasar Raya Ambil & Bayar mengambil bentuk: $MR = 4 - 6Q$ Hitungkan jumlah hasil. Jika kos marginal ialah $MC = 1 - 4Q$, carikan jumlah kos. Jika $Q = 2$, dapatkan untung marginal dan jumlah untung pada titik ekstremum. Tunjukkan syarat peringkat kedua.

(d) Di dalam fungsi $U = x^3 - 3y^3 - 2x + 6y - 7$, tentukan titik maksimum, minimum, pelana, bengkok balas atau titik yang tidak boleh dipastikan. Tanpa syarat peringkat kedua, bolehkah anda menentukan titik-titik ekstremum yang dikehendaki?

(12 markah)

4. (a) Fungsi pengeluaran berbentuk: $Q = x^2 - 4xy + 4y^2 + 100$ Gunakan kaedah pengganda Lagrange untuk mendapatkan titik optimum, tertakluk kepada kekangan $x + 2y = 100$, di mana $Q =$ output, $x =$ input buruh dan $y =$ input modal.

Tunjukkan syarat peringkat kedua (Sempadan Hessian). Anda harus menggunakan kaedah pertama dan kaedah kedua untuk menentukan titik optimum tersebut.

...3/-

- (b) Fungsi permintaan Cobb Douglas bagi Syarikat Yakob Dollah Sdn. Bhd. ialah:
 $Q = 0.5P^{-1.5}W^{0.2}$
 Carikan keanjalan permintaan harga dan keanjalan permintaan terhadap kekayaan (W).
- (c) Fungsi permintaan dan Fungsi penawaran bagi Syarikat Maksimin Sdn. Bhd., sebuah firma yang menjual barang makanan dan pakaian, berbentuk:
- $$P = -Q^2 + 14 \quad (\text{fungsi permintaan}),$$
- $$P = 2 + 4Q \quad (\text{fungsi penawaran}),$$
- (i) Hitungkan paras keseimbangan dan carikan lebihan pengguna dari $Q = 0$ ke titik keseimbangan tersebut.
- (ii) Hitungkan juga lebihan pengeluar (sewa ekonomi) dari $Q = 0$ ke titik keseimbangan berkenaan.
- (iii) Apakah nilai lebihan sosial?
- (d) Carikan terbitan kedua untuk fungsi $U = x^2 + 3xy - 10y^2 - x - 5y$, di mana y adalah pembolehubah bersandar.
- (12 markah)

5. (a) "Ekonomi matematik dan ekonometrik tiada perbezaan." Bincangkan pernyataan ini.
- (b) "Matematik tidak memainkan sebarang peranan di dalam ilmu ekonomi." Setujukah anda? Berikan contoh-contoh untuk menyokong perbincangan anda.
- (c) Gunakan bahasa pakej "**Mathematica**" untuk menilaikan pembezaan dan pembezaan separa, seperti di bawah:
- (i) $y = 3x^2 + \ln x^3 + e^{x+3} - 7$. Tuliskan pembezaan peringkat pertama dengan bahasa pakej tersebut.
- (ii) Tuliskan bahasa pakej tersebut untuk mencari pembezaan separa terhadap x untuk fungsi: $U = x^2 + 3xy + 5y^2$ (iaitu mencari f_x)
- (d) Seperti di dalam soalan (c), tuliskan soalan-soalan berikut dengan bahasa "**Mathematica**":
- (i) Nilaikan $\int (x^2 + \ln x + e^x) dx$ dengan menggunakan bahasa pakej tersebut.
- (ii) Gunakan bahasa pakej tersebut untuk menyelesaikan persamaan pembeza peringkat kedua seperti di bawah:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 5y = 8$$

(12 markah)

Bahagian B (40 markah)

Jawab **DUA** (2) soalan sahaja dari Bahagian ini:

6. (a) Duckatur Makotongong Anak Lelaki Propesur Ekornurmeetongong dilantik sebagai seorang penasihat ekonomi kepada Negara O.S.R. Beliau telah membina satu Model Makroekonomi terbuka untuk negara tersebut seperti di bawah:

(1) $Y \equiv C + I + G_0 + BP$

(2) $C = a + bY_D$

(3) $Y_D = Y - T$

(4) $T = t_0 + t_1 Y$

(5) $I = I_0 - I_1 r + I_2 Y$

(6) $BP = B_0 - B_1 E - B_2 Y$

(7) $M^D = m_0 - m_1 r + m_2 Y$

(8) $M^S = M_0$

di mana Y = pendapatan negara, C = penggunaan, I = pelaburan, G_0 = perbelanjaan kerajaan autonomi, BP = imbangan pembayaran, T = cukai kerajaan, r = kadar bunga, E = kadar pertukaran asing, M^D = permintaan wang, M^S = penawaran wang dan M_0 = penawaran wang autonomi.

$a, b, t_1, I_0, I_1, I_2, B_0, B_1, B_2, m_0, m_1$ dan m_2 mewakili pintasan-pintasan dan parameter-parameter yang berkenaan.

(i) Berasaskan kepada identiti (1), fungsi-fungsi (2) hingga (6), carikan rumusan untuk pendapatan negara (Y).

(ii) Berdasarkan fungsi (7) dan fungsi (8), dapatkan keadaan keseimbangan di dalam sektor wang dalam bentuk $Y = \dots\dots\dots$

(iii) Dapatkan nilai pengganda terhadap cukai autonomi ($\partial Y / \partial t_1$), nilai pengganda terhadap kadar bunga ($\partial Y / \partial r$), nilai pengganda terhadap kadar pertukaran asing ($\partial Y / \partial E$) dan nilai pengganda terhadap perbelanjaan kerajaan ($\partial Y / \partial G_0$).

(b) Fungsi jumlah kos berubah Loji Motorsikal Solar Sdn. Bhd., yang mengeluarkan sejenis motorsikal yang menggunakan tenaga suria, ialah:

$TVC = 18Q - 0.02Q^2 + 0.00002Q^3$ dan kos tetap bernilai RM100.

Fungsi permintaan terhadap produknya berbentuk:

$P = 34 - 0.028Q$.

Anda dikehendaki mencari kuantiti output dan paras harga di mana untung adalah maksimum.

...5/-

- (c) Selesaikan persamaan pembeza peringkat pertama seperti di bawah:

$$x \frac{dy}{dx} = \frac{1 + 2x^2}{y - 2}$$

(20 markah)

7. (a) Fungsi pengeluaran Syarikat Cucuku D 'N' A Sdn. Bhd. yang mengeluarkan produk tepung susu kanak-kanak, dengan jenama "Kuat & Sihat", diwakili oleh:

$$Q = 20L^{0.75}K^{0.25},$$

di mana Q = bilangan kg. tepung susu, L = input buruh dan K = input modal, masing-masing seminggu.

- (i) Hitungkan keluaran marginal buruh dan keluaran marginal modal.
 - (ii) Andaikan L = 12 unit, carikan kecerunan keluk isokuan tersebut (iaitu carikan dK/dL).
 - (iii) Sekiranya keluk isokosnya ialah $C = 8L + 2K$, hitungkan nilai K, kemudian hitungkan nilai isokos.
- (b) Kilang Kulit Muka-Tebal Sdn. Bhd. memproses dua jenis kulit iaitu kulit lembu (x) dan kulit buaya (y). Fungsi outputnya berbentuk:

$$Q = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3,$$

tertakluk kepada kekangan $x + 2y = 500$.

- (i) Carikan paras output untuk kedua-dua jenis kulit pada titik optimum.
 - (ii) Dengan menggunakan kaedah sempadan Hessian, tunjukkan syarat peringkat kedua untuk fungsi tersebut.
 - (iii) Hitungkan nilai output (Q) pada titik optimum.
- (c) Dapatkan penyelesaian bagi persamaan pembeza peringkat kedua seperti berikut:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} - 10x = 4.$$

(20 markah)

8. (a) Fungsi permintaan dan fungsi penawaran dinamik di pasaran O.A.M. adalah seperti berikut:

$$Q_t^D = 18 - 3P_t \text{ (fungsi permintaan),}$$

$$Q_t^S = -3 + 4P_{t-1} \text{ (fungsi penawaran)}$$

...6/-

- (i) Andaikan $P_0 = 5$, selesaikan persamaan beza peringkat pertama (P_t) untuk model lelabah tersebut.
 - (ii) Tafsirkan gelagat lintasan masa untuk paras harga pasaran tersebut.
- (b) (i) Dengan menggunakan kaedah biasa atau kaedah Teorem Euler, buktikan kehomogenan fungsi pengeluaran keanjalan penggantian malar:

$$f(K,L) = \gamma[\alpha K^{-\rho} + (1 - \alpha)L^{-\rho}]^{-1/\rho} \text{ dan tentukan peringkatnya.}$$

- (ii) Persamaan pembeza terhadap kadar inflasi di Negara H.S.N. (harga sentiasa naik) berbentuk:

$$\frac{d\pi}{dt} - 3\pi = -3.$$

Jika $\pi(0) = 5$, selesaikan persamaan pembeza peringkat pertama tersebut. Terangkan sama ada ia stabil atau tidak.

- (c) Selesaikan persamaan beza peringkat kedua seperti di bawah:

$$y_{t+2} + 4y_{t+1} + 3y_t = 5. \text{ Jelaskan gelagat lintasan masa persamaan beza tersebut.}$$

(20 markah)

9. (a) Syarikat Asalmana (A) dan Syarikat Bayangan (B) ingin mempertingkatkan hasil jualan minyak masak mereka. A & B ingin menggunakan iklan sebagai satu alat untuk mencapai matlamat mereka. Kos iklan untuk kedua-dua syarikat boleh dijadualkan seperti di bawah:

**Syarikat Asalmana & Syarikat Bayangan
Kos Iklan (dalam Juta Ringgit)**

		Syarikat B	
		Mengiklan	Tidak Mengiklan
Syarikat A	Mengiklan	7, 7	12, 1
	Tidak Mengiklan	2, 11	3, 3

...7/-

- (i) Tentukan nilai keseimbangan Nash dan berikan penjelasan yang berkenaan.
 - (ii) Lukiskan rajah pokok (tree diagram) untuk menjelaskan masalah serbasalah banduan tersebut.
 - (iii) Apakah maknanya permainan hasil tambah malar (constant sum game)?
- (b) Encik Rikardo A/L Adam Tukang, seorang peramal harga saham, telah diberi satu set data siri masa terhadap harga saham Syarikat Anak-Mu (N = naik, T = kekal/turun).

Hari	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
N/T	N	T	T	N	T	N	T	N	T	T	N	N	N	T	N

- (i) Encik Rikardo dikehendaki menggunakan teknik Rantai Markov untuk menghitung probabiliti peningkatan atau penurunan/pengekalan harga saham untuk syarikat tersebut pada hari ke16.
- (ii) Berikan probabiliti peningkatan atau penurunan/pengekalan harga saham tersebut pada hari ke17?

(20 markah)