
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2008/2009

April - Mei 2009

EUM 112 – KAEDAH BERANGKA & STATISTIK KEJURUTERAAN

Masa: 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi DUA BELAS muka surat dan SATU muka surat LAMPIRAN yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Kertas soalan ini mengandungi ENAM soalan.

Jawab **LIMA** soalan.

Mulakan jawapan anda untuk setiap soalan pada muka surat yang baru.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sudut sebelah kanan soalan berkenaan.

Jawab semua soalan dalam bahasa Malaysia atau bahasa Inggeris atau kombinasi kedua-duanya.

1. (a) Tentukan nilai z yang menjadikan $f(z) = z^3$ adalah analitik.

Determine the values of z so that the function $f(z) = z^3$ is analytic.

(20 marks)

- (b) Locus z dengan $|z - z_0| = r$ telah dipetakan ke satu lengkung dengan persamaan $u^2 + v^2 + 2u - 2\sqrt{3}v = 0$ berdasarkan pemetaan $w = (j + \sqrt{3})z + j\sqrt{3} - 1$. Tentukan z_0 dan r .

The locus of z given by $|z - z_0| = r$ is mapped onto a curve with equation $u^2 + v^2 + 2u - 2\sqrt{3}v = 0$ under the mapping $w = (j + \sqrt{3})z + j\sqrt{3} - 1$. Determine z_0 and r .

(20 marks)

- (c) Nilaiikan

Evaluate

$$\oint_C \frac{z + 1}{z^4 + j2z^3} dz$$

C : adalah bulatan $|z| = 1$

C : is a circle $|z| = 1$

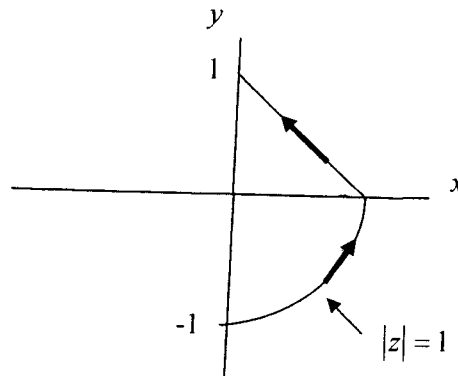
- (i) Dengan Cauchy's Theorem.
By Cauchy's Theorem.
- (ii) Dengan Cauchy's Integral Theorem.
By Cauchy's Integral Theorem.

(60 marks)

2. (a) Nilaiikan
Evaluate

$$\int_c (4z - 1) dz \quad C : \text{ adalah kontur seperti di Rajah 1.}$$

C : is a contour as shown in Figure 1.



Rajah 1
Figure 1

(30 marks)

- (b) Tentukan kesifaran dan ketunggālan untuk fungsi $f(z) = \frac{z - j2}{z^3 + j8}$
(Berikan jawapan di dalam bentuk punca kuasa).

Determine zeros and singularities of the function $f(z) = \frac{z - j2}{z^3 + j8}$

(Leave your answer in surd form).

(20 marks)

- (c) Sebuah kereta bergerak di jalan yang lurus dan jarak dari tempat ia bermula pada beberapa detik masa telah diukur. Data dari pemerhatian diberi dalam Jadual 1, dengan masa diberi dalam saat dan jarak dari tempat bermula diberi dalam kaki.

A car is traveling on a straight road and the distance it has travelled from the starting point at several times has been measured. The data from the observations are given in Table 1, where the time is in seconds and the distance from the starting point is in feet.

Jadual1
Table 1

Masa Time	0	3	5	8	13
Jarak Distance	0	225	383	623	993

- (i) Gunakan kaedah beza bahagi Newton untuk menganggar kedudukan kereta bila $t = 10$ saat.

Use Newton's divided difference method to predict the position of the car when $t = 10$ sec.

- (ii) Gunakan formula beza depan untuk menganggar kelajuan pada $t = 0$ saat, $t = 3$ saat, $t = 5$ saat dan $t = 8$ saat.

Use the forward difference formula to predict the speed at $t = 0$ sec, $t = 3$ sec, $t = 5$ sec and $t = 8$ sec.

(50 marks)

3. (a) Rajah 2 menunjukkan bahagian membujur PQ suatu bahagian jalan yang tidak sekata. Suatu jalan lurus melintang PQ yang panjangnya 2 km akan dipotong.

Figure 2 shows a longitudinal section PQ of a rough ground through which a straight horizontal road is to be cut. The length PQ is 2 km.



Rajah 2
Figure 2

Tanah perlu dibuang untuk membina jalan ini. Isipadu tanah yang perlu dibuang diberikan oleh formula $V = \int_0^{200} A(x) dx$ dengan $A = (2h + 10)h$.

Earth needs to be removed in making the road. The volume of soil that needs to be removed is given by the formula $V = \int_0^{200} A(x) dx$ where $A = (2h + 10)h$.

Isipadu di atas datum PQ dikira sebagai positif dan yang dibawah sebagai negatif, supaya tanah dipenuhi di tapak dikira secara automatik. Ketinggian h di ambil sepanjang jarak x sepanjang jalan itu. Jadual 2 menunjukkan nilai h pada jarak setiap 200 m

The volume above the datum PQ is counted as positive and that below as negative, so that infill on site is accounted for automatically. The height h is taken along the distance x along the road. Table 2 shows the value of h at every 200 m interval.

Jadual 2
Table 2

$x(m)$	$h(m)$
0	0
200	3.0
400	7.0
600	6.3
800	1.3
1000	-2.6
1200	-1.3
1400	1.7
1600	2.8
1800	-0.5
2000	0

- (i) Kirakan nilai A pada setiap kedudukan x seperti diberi dalam Jadual 2.

Evaluate the value of A at the each position of x as given in Table 2.

- (ii) Dengan menggunakan petua Simpson's $\frac{1}{3}$ anggarkan jumlah tanah yang perlu dibuang.

Using Simpson's $\frac{1}{3}$ rule estimate the total amount of soil that need to be removed.

- (iii) Apakah yang perlu dilakukan oleh jurutera tersebut untuk mendapat anggaran yang lebih baik bagi jumlah tanah yang akan dibuang?

What should be done by the engineer to get a better estimate of the volume of earth that need to be removed?

(45 marks)

...7/-

- (b) Gunakan petua secant untuk mencari titik persilangan antara lengkung $y = e^{-x}$ dan garis $y = x$. Mulakan dengan $p_0 = 0$ dan $p_1 = 1$.

Use secant rule to find the point of intersection between the curve $y = e^{-x}$ and the line $y = x$. Start with $p_0 = 0$ and $p_1 = 1$.

(20 marks)

- (c) Dengan menggunakan kaedah Gauss-Siedal $x^{(0)} = [1, 0, 1]$, selesaikan sistem persamaan linear berikut. Gunakan kriteria $\|x_n^k - x_n^{k-1}\| < 10^{-3}$ untuk menamatkan lelaran.

Using the Gauss-Siedal method with $x^{(0)} = [1, 0, 1]$, solve the following systems of linear equation. Use the criterion $\|x_n^k - x_n^{k-1}\| < 10^{-3}$ to stop the iteration.

(35 marks)

$$\begin{aligned} 12x_1 + 3x_2 - 5x_3 &= 1 \\ x_1 + 5x_2 + 3x_3 &= 28 \\ 3x_1 + 7x_2 + 13x_3 &= 76 \end{aligned}$$

4. (a) Jika A ialah sebarang fungsi vektor, buktikan bahawa $\nabla \cdot (\nabla \times A) = 0$.
If A is any vector function, prove that $\nabla \cdot (\nabla \times A) = 0$.

(20 marks)

- (b) Diberi bahawa pecutan, a pada sebarang masa $t \geq 0$ ialah
The acceleration, a at any time $t \geq 0$ is given by

$$a = 12 \cos 2t \mathbf{i} - 8 \sin 2t \mathbf{j} + 16t \mathbf{k}$$

Jika halaju v dan jarak r ialah sifar pada $t = 0$, cari nilai v dan r pada sebarang masa.

If the velocity v and displacement r are zero at $t = 0$, find v and r at any time.

(30 marks)

...8/-

- (c) Tentusahkan Teori Capahan Gauss bagi $\mathbf{A} = (2x - z)\mathbf{i} + x^2y\mathbf{j} - xz^2\mathbf{k}$ yang diberi terhadap kawasan yang disempadani oleh $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$.

Verify the Gauss Divergence Theorem for $\mathbf{A} = (2x - z)\mathbf{i} + x^2y\mathbf{j} - xz^2\mathbf{k}$ taken over the region bounded by $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$.

(50 marks)

5. (a) Cari nilai kerja yang dilakukan bagi pergerakan zarah dalam arah melawan jam dalam satu bulatan C dalam paksi xy . Bulatan berpusat di asalan dan berjajari 3 dan medan daya diberikan oleh

Find the work done in moving a particle in counter clockwise direction once around a circle C in the xy plane. The circle has a centre at the origin and radius 3 and the force field is given by

$$\mathbf{F} = (2x - y + z)\mathbf{i} + (x + y - z^2)\mathbf{j} + (3x - 2y + 4z)\mathbf{k}$$

(30 marks)

- (b) Jika $\mathbf{A} = x^2y\mathbf{i} + (xy + yz)\mathbf{j} + xz^2\mathbf{k}$; $\mathbf{B} = yz\mathbf{i} - 3xz\mathbf{j} + 2xy\mathbf{k}$ dan $\varphi = 3x^2y + xyz - 4y^2z^2 - 3$ tentukan pada titik $(1, 2, 1)$.

If; $\mathbf{A} = x^2y\mathbf{i} + (xy + yz)\mathbf{j} + xz^2\mathbf{k}$; $\mathbf{B} = yz\mathbf{i} - 3xz\mathbf{j} + 2xy\mathbf{k}$ and $\varphi = 3x^2y + xyz - 4y^2z^2 - 3$ determine at point $(1, 2, 1)$.

- (i) $\nabla\varphi$
- (ii) $\nabla \cdot \mathbf{A}$
- (iii) $\nabla \times \mathbf{B}$
- (iv) Grad div \mathbf{A}

(20 marks)

- (c) Jika A dan B mewakili satu peristiwa dengan $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ dan $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$, tentukan,

If A and B be events with $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ and $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$, determine,

- (i) $P(A|B)$
- (ii) $P(A|\bar{B})$

(20 marks)

- (d) Kebarangkalian untuk seorang pesakit sembuh daripada penyakit darah luar biasa adalah 0.4. Jika 15 orang diketahui telah mengidap penyakit ini, apakah kebarangkalian bahawa,

The probability that a patient recovers from a rare blood disease is 0.4. If 15 people are known to have contracted this disease, what is the probability that,

- (i) Sekurang-kurangnya 10 orang akan sembuh?
At least 10 survive?
- (ii) Antara 3 hingga 8 orang akan sembuh?
From 3 to 8 survive?
- (iii) Hanya 5 orang akan sembuh?
Exactly 5 survive?

(30 marks)

6. (a) Di dalam sebuah kelas yang mempunyai 100 bilangan pelajar, 54 orang pelajar mengambil mata pelajaran fizik, 69 orang pelajar mengambil mata pelajaran kimia, dan 35 orang pelajar mengambil kedua-dua mata pelajaran fizik dan kimia. Jika salah seorang daripada pelajar ini dipilih secara rawak, apakah kebarangkalian bahawa

In a class of 100 students, 54 took physics, 69 took chemistry, and 35 took both physics and chemistry. If one of these students is selected at random, find the probability that

- (i) Pelajar tersebut mengambil mata pelajaran fizik atau kimia.
The student took physics or chemistry.
- (ii) Pelajar tersebut tidak mengambil mana-mana mata pelajaran ini.
The student did not take either of these subjects.
- (iii) Pelajar tersebut mengambil mata pelajaran kimia tetapi tidak fizik.
The student took chemistry but not physics.

(15 marks)

- (b) Suatu sampel yang diambil secara rawak daripada 12 orang graduan di sebuah sekolah kesetiausahaan menunjukkan bahawa purata kelajuan menaip adalah 79.3 patah perkataan seminit dengan sisihan piawainya 7.8 patah perkataan seminit. Dengan mengandaikan bilangan perkataan yang ditaip seminit adalah tertabur secara normal, dapatkan

A random sample of 12 graduates of a certain secretarial school typed an average of 79.3 words per minute with a standard deviation of 7.8 words per minute. Assuming a normal distribution for the number of words typed per minute, find

- (i) 95% selang keyakinan bagi purata patah perkataan yang ditaip oleh semua graduan di sekolah tersebut.

95% confidence interval for the average number of words typed by all graduates of this school.

- (ii) 95% selang ramalan bagi bilangan patah perkataan berikutnya seminit yang ditaip oleh mana-mana graduan di sekolah tersebut.

95% prediction interval for the next observed number of words per minute typed by any graduate of this school.

(25 marks)

- (c) Sebuah syarikat elektrik telah menerbitkan suatu laporan tahunan berhubung penggunaan tenaga bagi pelbagai peralatan rumah dalam kiraan kilowatt jam. Hasil laporan menunjukkan bahawa sebuah penyedut hampagas menggunakan secara purata sebanyak 46 kilowatt jam dalam setahun. Suatu sampel yang diambil secara rawak daripada 12 buah rumah menunjukkan bahawa penyedut hampagas menggunakan tenaga secara purata sebanyak 42 kilowatt jam dalam setahun dengan sisihan piawai sebanyak 11.9 kilowatt jam. Adakah ini menunjukkan pada 0.05 tahap keyakinan, yang digunakan oleh penyedut hampagas dalam setahun adalah kurang daripada 46 kilowatt jam? Anggap populasi bagi kilowatt jam adalah normal.

An electrical company has published figures on the annual number of kilowatt hours expended by various home appliances. It is claimed that a vacuum cleaner expends an average of 46 kilowatt hours per year. If a random sample of 12 homes included in a planned study indicates that vacuum cleaners expend an average of 42 kilowatt hours per year with a standard deviation of 11.9 kilowatt hours, does this suggest at the 0.05 level of significance that vacuum cleaners expend, on the average, less than 46 kilowatt hours annually? Assume the population of kilowatt hours to be normal.

(25 marks)

- (d) Seorang jurutera ingin menyelidik tahap pemulihan haba yang lazimnya hilang ke alam sekitar dalam bentuk gas eksos daripada sebuah relau. Ujikaji ini dilaksanakan dengan menetapkan laju aliran yang melalui paip haba [dalam meter sesaat (m/saat)] dan mengukur nisbah pemulihan tersebut. Hasil kajian telah memberikan data seperti di dalam Jadual 3.

An engineer wishes to investigate the recovery of heat normally lost to the environment in the form of exhaust gases from furnaces. The experiment is designed by fixing flow speed past heat pipes [in meters per second (m/sec)] and then measuring the recovery ratio. The study yielded the data as in Table 3.

Jadual 3
Table 3

Laju aliran, m/saat (x) Flow speed, m/sec (x)	Nisbah pemulihan (y) Recovery ratio (y)
1	0.740
1.5	0.745
2	0.718
2.5	0.678
3	0.652
3.5	0.627
4	0.607
4.5	0.507
5	0.545

- (i) Anggarkan lengkung regresi, $\mu_{y|x} = \alpha + \beta x$. [Gunakan formula dan tunjukkan pengiraan].

Estimate the regression curve $\mu_{y|x} = \alpha + \beta x$. [Use formula and show calculations].

- (ii) Jika laju aliran ditetapkan pada 3.25 (m/saat), ramalkan $\mu_{y|x} = 3.25$.

If the flow speed is fixed at 3.25 (m/sec), predict $\mu_{y|x} = 3.25$.

(35 marks)

ooo00ooo

<i>n</i>	<i>t</i>	<i>p</i>										
		0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.75	0.8	0.9
	9	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9922	0.9539	0.8314	0.5794	0.4157	0.2527	0.0342
	10	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9987	0.9888	0.9421	0.7975	0.6674	0.4983	0.1339
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9983	0.9874	0.9363	0.8733	0.7664	0.3787
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9987	0.9903	0.9762	0.9540	0.7458
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
14	0	0.2288	0.0440	0.0178	0.0068	0.0008	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	1	0.5846	0.1979	0.1010	0.0475	0.0081	0.0009	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	2	0.8416	0.4481	0.2811	0.1608	0.0398	0.0065	0.0006	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	3	0.9559	0.6982	0.5213	0.3552	0.1243	0.0287	0.0039	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000
	4	0.9908	0.8702	0.7415	0.5842	0.2793	0.0898	0.0175	0.0017	0.0003	0.0000	0.0000
	5	0.9985	0.9561	0.8883	0.7805	0.4859	0.2120	0.0583	0.0083	0.0022	0.0004	0.0000
	6	0.9998	0.9884	0.9617	0.9067	0.6925	0.3953	0.1501	0.0315	0.0103	0.0024	0.0000
	7	1.0000	0.9976	0.9897	0.9685	0.8499	0.6047	0.3075	0.0933	0.0383	0.0116	0.0002
	8	1.0000	0.9996	0.9978	0.9917	0.9417	0.7880	0.5141	0.2195	0.1117	0.0439	0.0015
	9	1.0000	1.0000	0.9997	0.9983	0.9825	0.9102	0.7207	0.4158	0.2585	0.1298	0.0092
	10	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9961	0.9713	0.8757	0.6448	0.4787	0.3018	0.0441
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9994	0.9935	0.9602	0.8392	0.7189	0.5519	0.1584
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9919	0.9525	0.8990	0.8021	0.4154
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9932	0.9822	0.9560	0.7712
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
15	0	0.2059	0.0352	0.0134	0.0047	0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	1	0.5490	0.1671	0.0802	0.0353	0.0052	0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	2	0.8159	0.3980	0.2361	0.1268	0.0271	0.0037	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	3	0.9444	0.6482	0.4613	0.2969	0.0905	0.0176	0.0019	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
	4	0.9873	0.8358	0.6865	0.5155	0.2173	0.0592	0.0093	0.0007	0.0001	0.0000	0.0000
	5	0.9978	0.9389	0.8516	0.7216	0.4032	0.1509	0.0338	0.0037	0.0008	0.0001	0.0000
	6	0.9997	0.9819	0.9434	0.8689	0.6098	0.3036	0.0950	0.0152	0.0042	0.0008	0.0000
	7	1.0000	0.9958	0.9827	0.9500	0.7869	0.5000	0.2131	0.0500	0.0173	0.0042	0.0000
	8	1.0000	0.9992	0.9958	0.9848	0.9050	0.6964	0.3902	0.1311	0.0566	0.0181	0.0003
	9	1.0000	0.9999	0.9992	0.9963	0.9662	0.8491	0.5968	0.2784	0.1484	0.0611	0.0022
	10	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9907	0.9408	0.7827	0.4845	0.3135	0.1642	0.0127
	11	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9981	0.9824	0.9095	0.7031	0.5387	0.3518	0.0556
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9963	0.9729	0.8732	0.7639	0.6020	0.1841
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9948	0.9647	0.9198	0.8329	0.4510
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9953	0.9866	0.9648	0.7941
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
16	0	0.1853	0.0281	0.0100	0.0033	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	1	0.5147	0.1407	0.0635	0.0261	0.0033	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	2	0.7892	0.3518	0.1971	0.0994	0.0183	0.0021	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	3	0.9316	0.5981	0.4050	0.2459	0.0651	0.0106	0.0009	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	4	0.9830	0.7982	0.6302	0.4499	0.1666	0.0384	0.0049	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000
	5	0.9967	0.9183	0.8103	0.6598	0.3288	0.1051	0.0191	0.0016	0.0003	0.0000	0.0000