UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1989/90

Mac/April 1990

EUM 202 - Matematik Kejuruteraan IV

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 8 muka surat beserta Lampiran (2 muka surat) bercetak dan EMPAT(4) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

Tunjukkan kerja dengan jelas.

Mesinkira boleh digunakan.

Setiap soalan mesti dimulakan di muka surat yang baru.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia.

...2/-

1. Jelmaan Laplace $L\{f(t) ; s\}$ adalah seperti ditakrif dalam lampiran maklumat yang diberi.

(a) Cari $L\{f(t) ; s\}$ bagi setiap fungsi berikut (nyatakan sebarang syarat yang diperlu untuk $L\{f(t) ; s\}$ wujud):

(i)
$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{jika } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ t \exp(t) & \text{jika } t > 1. \end{cases}$$

(ii) $f(t) = (1 + \exp(at))^N$ bagi $t \geqslant 0$
(a ialah pemalar nyata yang diberi dan $N \geqslant 0$ ialah integer).

(20%)

(b) Cari $f(t)$ (bagi $t \geq 0$) jikalau $F(s) = L\{f(t) ; s\}$ adalah diberi sebagai:

(i) $F(s) = (s + 2)/(s^2 - 6s + 14)$.

(ii) $F(s) = \ell n(1 + s^{-1})$.

(20%)

(c) Jikalau $f(t)$ (bagi $t \geqslant 0$) mempunyai sifat $f(t) = f(t + T)$ bagi nombor nyata $T > 0$ tertentu, tunjukkan bahawa :

(i) $f(t) = f(t + nT)$ bagi semua integer n.

(ii) $$L\{f(t) ; s\} = \frac{1}{1 - \exp(-sT)} \int_0^T \exp(-st) f(t)\, dt$$

bagi $|\exp(-sT)| < 1$

(Petanda : $\sum_{n=0}^{\infty} r^n = (1 - r)^{-1}$ bagi $|r| < 1$)

Kemudian, cari $L\{f(t) ; s\}$ untuk $T = 1$
dan $f(t) = t + 3$ bagi $0 \leqslant t \leqslant 1$.

(30%)

(d) Guna jelmaan Laplace untuk menyelesaikan

$$8y''(t) + 4y'(t) + 5y = \exp(-t), \qquad t \geq 0,$$

diberi $y(0) = y'(0) = 0$

(30%)

2. (a) Selesaikan setiap persamaan kamiran berikut untuk mendapat $f(x)$ $(x \geq 0)$:

(i) $$\int_0^\infty f(x) \sin(\lambda x)\, dx = \begin{cases} 1 \text{ bagi } 0 \leqslant \lambda < \pi \\ 0 \text{ bagi } \lambda > \pi \end{cases}$$

(ii) $$\int_0^\infty f(x) \cos(\lambda x)\, dx = \lambda \exp(-a\lambda), \ \lambda \geq 0$$

(25%)

(b) Pertimbangkan persamaan gelombang

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \text{ a pemalar, } u = u(x,t)$$

(i) Tunjukkan bahawa

$$u(x,t) = \int_0^\infty A(\lambda) \cos(a\lambda t) \sin(\lambda x)\, d\lambda$$

(yang mana $A = A(\lambda)$ ialah fungsi sebarangan) menyelesaikan persamaan gelombang.

(ii) Katalah kita dikehendaki menyelesaikan persamaan gelombang untuk mencari $u(x,t)$ $(x \geq 0,\ t \geq 0)$ yang memenuhi syarat $u(x,0) = f(x)$ $(x > 0)$ ($f(x)$ ialah fungsi yang diberi).

Guna bahagian 2 (b) (i) untuk mendapat penyelesaian yang dikehendaki di sini.

(25%)

Takrif bagi jelmaan - z iaitu $Z\{F_n ; z\}$ boleh didapati di lampiran maklumat.

(c) Cari $Z\{f_n ; z\}$ jikalau

(i)
$$f_n = \begin{cases} 0 & \text{bagi } n = 0 \\ -1 & \text{bagi } n > 0 \text{ yang genap} \\ 2 & \text{bagi } n > 0 \text{ yang ganjil} \end{cases}$$

(ii) $f_n = \exp(2n) - \exp(-3n)$.

Nyatakan sebarang syarat yang diperlu untuk $Z\{f_n ; z\}$ wujud.

(Petanda : $\sum_{n=0}^{\infty} Z^n = \frac{1}{1-Z}$ bagi $|Z| < 1$)

(20%)

(d) Jikalau $F(z) = Z\{f_n ; z\}$, tunjukkan bahawa

$$f_n = \frac{1}{n!}\frac{d^n}{dz^n} F(z^{-1}) \quad , n \geq 0$$

(10%)

(e) Guna jelmaan - z untuk menyelesaikan
$h_{n+2} + h_{n+1} - 2h_n = 0$,
diberi $h_0 = 1$ dan $h_1 = 0$

(20%)

...5/-

3. (a) Cari nilai dan vektor eigen bagi setiap

(i) $\begin{pmatrix} 3 & 1/4 \\ -9 & 6 \end{pmatrix}$ (ii) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

(25%)

(b) Pertimbangkan matriks

$$A = \begin{pmatrix} K & 1/2 & 0 \\ 1/2 & w & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

yang mempunyai 0 dan 1 sebagai dua daripada nilai-nilai eigennya.

(i) Cari K dan w.

(25%)

(ii) Tulis A dalam bentuk PBP^{-1} yang mana P ialah matriks 3 x 3 tertentu dan B = [b_{ij}] ialah matriks 3 x 3 yang mempunyai unsur-unsur yang mana $b_{ij} = 0$ bagi $i \neq j$. (Cari P dan B).

(25%)

(iii) Guna bahagian 3 (c) (i) - (ii) untuk mencari unsur-unsur matriks A^7.

(25%)

...6/-

4. (a) Tuliskan sebuah essei yang ringkas (tidak lebih daripada 250 perkataan) mengenai kaedah berangka dan peranannya dalam bidang kejuruteraan.

(20%)

(b) Pertimbangkan fungsi

$$f(x) = x^4 - 19x^3 + 81x^2 - 95x + 25$$

(i) Tunjukkan bahawa persamaan $f(x) = 0$ mempunyai penyelesaian dalam selang (0,1).

(5%)

(ii) Katalah $x = x$ ialah penyelesaian bagi $f(x) = 0$ dan x (0, 1). Guna rumus Newton-Raphson

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

untuk mendapat nilai anggaran bagi x yang tepat kepada dua tempat perpuluhan (mula dengan $x_0 = 0.500$).

(15%)

(iii) Hampirkan f(x) dengan mengguna polinomial Taylor - Maclaurin yang berperingkat 2, dititik $x = 1/2$. Guna hampiran ini untuk mendapat nilai anggaran bagi x (x seperti ditakrif dalam bahagian 4 (b) (ii)). Bandingkan nilai ini dengan apakah yang anda dapati dalam bahagian 4 (b) (ii).

$$\left(\text{petanda: } f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)\,(x - x_0)^n}{n!} \right)$$

(20%)

(c) Nilai fungsi f(x) di titik-titik terpilih adalah seperti di beri di bawah:

x	0.00	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	1.20
f(x)	1.00	1.05	1.22	1.35	1.49	1.65	1.82

Dapatkan nilai anggaran bagi

$$\int_{0}^{1.20} f(x)\,dx$$

Dengan menggunakan

(i) petua Bode :

$$\int_{x_0}^{x_6} f(x)\,dx \approx \frac{h}{140}[41f_o + 216\,f_1 + 27f_2 + 272f_3 + 27f_4 + 216f_5 + 41f_6]$$

(ii) petua Simpson (3/8) :

$$\int_{x_0}^{x_3} f(x)\,dx \approx \frac{3h}{8}[f_0 + 3f_1 + 3f_2 + f_3]$$

(20%)

...8/-

(d) Siri Taylor - Maclaurin bagi sin (x) di titik $x = 0$ ialah

$$\sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

Gunakan siri ini untuk mendapat satu hampiran polinomial berperingkat 4 bagi $g(x) = x^{-1} \sin(x)$ dalam selang $(0, 1)$.
Kemudian, dapatkan nilai anggaran bagi

$$\int_{0^+}^{1} \frac{\sin x}{x}\, dx$$

Berikan satu analisa ralat bagi nilai anggaran yang anda dapat itu.

(20%)

- oooOooo -

LAMPIRAN MAKLUMAT

Jelmaan Laplace

(i) $L\{f(t)\,;\,s\} = \int_0^\infty f(t)\exp(-st)\,dt.$

(2) $L\{\exp(at)\,;\,s\} = (s-a)^{-1}, \; s > a.$

(3) $L\{\cos(wt)\,;\,s\} = s(s^2 + w^2)^{-1}, \; s > 0$

(4) $L\{\sin(wt)\,;\,s\} = w(s^2 + w^2)^{-1}, \; s > 0.$

(5) $L\{e^{at}f(t)\,;\,s\} = L\{f(t)\,;\,s-a\}$

(6) $L\{tf(t)\,;\,s\} = \frac{-d}{ds} L\{f(t)\,;\,s\}.$

(7) $L\left\{\frac{f(t)}{t}\,;\,s\right\} = \int_s^\infty L\{f(t)\,;\,u\}\,du.$

(8) $L\{f^n(t)\,;\,s\} = s^n L\{f(t)\,;\,s\} - \sum_{p=0}^{n-1} s^{n-p-1} f^{(p)}(0)$

Jelmaan Fourier

(9) $F_s\{ f(x) ; \lambda\} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(x) \sin (\lambda x)\, dx$

(10) $F_c\{ f(x) ; \lambda \} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(x) \cos (\lambda x)\, dx.$

(11) $F_s\{f(x) ; \lambda \} = g(\lambda) \Leftrightarrow F_s\{g(\lambda) ; x \} = f(x).$

(12) $F_c\{ f(x) ; \lambda \} = g(\lambda) \Leftrightarrow F_c\{g(\lambda) ; x\} = f(x).$

Jelmaan - z

(13) $Z\{ f_n ; z\} = \sum_{h=0}^{\infty} f_n z^{-n}, z = x + iy \ , \quad i = \sqrt{-1}$

(14) $Z\{f_c ; z \} = F(z) \Rightarrow f_n = \frac{1}{2\pi i}\int_C z^{n-1} F(z)\, dz. \ n \geq 0.$

(15) $Z\{f_{n+k} ; z \} = z^k\left[Z\{f_n ; z\} - \sum_{n=0}^{k-1} f_n z^{-n}\right], \ k \geq 1.$

- oooOooo -